

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA

EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANČÍ

Komparace strategií pro sestavení akciových portfolií s
benchmarkem

Comparison of Stock Portfolio Selection Strategies with Benchmark

Student: Bc. David Neděla

Vedoucí diplomové práce: Prof. Ing. Tomáš Tichý, Ph.D.

Ostrava 2019

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Ekonomická fakulta
Katedra financí

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. David Neděla**
Studijní program: **N6202 Hospodářská politika a správa**
Studijní obor: **6202T010 Finance**
Téma: **Komparace strategií pro sestavení akciových portfolií s benchmarkem**
Comparison of Stock Portfolio Selection Strategies with Benchmark
Jazyk vypracování: **čeština**

Zásady pro vypracování:

1. Úvod
 2. Charakteristika finančních trhů
 3. Popis vybraných portfoliových modelů
 4. Sestavení portfolia a jeho analýza
 5. Závěr
- Seznam použité literatury
Seznam zkratk
Prohlášení o využití výsledků diplomové práce
Seznam příloh
Přílohy

Seznam doporučené odborné literatury:

BODIE, Z., A. KANE and Alan J. MARCUS. *Investments and portfolio management*. 9th ed., global ed. New York: McGraw-Hill/Irwin, 2011. ISBN 978-0-07-128914-6.
FOCARDI, S., P. N. KOLM and F. J. FABOZZI. *Financial modeling of the equity market: from CAPM to cointegration*. Hoboken: Wiley, c2006. ISBN 0-471-69900-4.
KRESTA, Aleš. *Kvantitativní metody investování s aplikacemi v prostředí matlab*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2016. ISBN 978-80-248-3898-4.

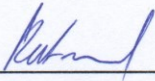
Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

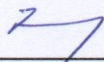
Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Tomáš Tichý, Ph.D.**

Datum zadání: 23.11.2018

Datum odevzdání: 26.04.2019




Ing. Iveta Ratmanová, Ph.D.
vedoucí katedry


prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal
děkan fakulty

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci, včetně všech příloh vypracoval samostatně,

V Hněvošicích dne 20.4.2019


.....
Bc. David Neděla

Na tomto místě bych chtěl poděkovat panu prof. Ing. Tomáši Tichému, Ph.D. za odborné a cenné rady při zpracování této diplomové práce.

Obsah

1	Úvod.....	5
2	Charakteristika finančních trhů.....	7
2.1	Finanční systém a finanční trh.....	7
2.1.1	Členění finančního trhu.....	8
2.2	Akciový trh.....	10
2.3	Burza cenných papírů.....	11
2.4	Benchmark.....	12
2.4.1	Dow Jones Industrial Average.....	12
2.5	Investiční proces.....	13
2.6	Portfolio management.....	15
2.6.1	Správa portfolia.....	16
2.6.2	Transakční náklady.....	17
3	Popis vybraných portfoliových modelů.....	18
3.1	Základní charakteristiky akcií.....	18
3.1.1	Charakteristiky jednoho aktiva.....	18
3.1.2	Charakteristiky portfolia.....	19
3.1.3	Kovariance a korelace.....	20
3.2	Naivní portfolio.....	21
3.3	Základní portfoliové modely.....	22
3.3.1	Markowitzův model.....	22
3.3.2	Blackův model.....	25
3.3.3	Tobinův model.....	26
3.3.4	Očekávaná užitková funkce.....	29
3.4	Bayesovská strategie.....	29
3.5	Markowitzova strategie s minimálním rozptylem.....	30
3.6	Mean-Value at Risk Model.....	31
3.7	Mean-Conditional Value at Risk model.....	33
3.8	Backtesting portfoliových strategií.....	35

3.9	Ukazatelé výkonnosti alokace portfoliových strategií.....	36
3.9.1	Value at Risk.....	36
3.9.2	Sharpeho poměr	37
3.9.3	Rachevův poměr	38
3.9.4	Maximum drawdown.....	39
4	Sestavení portfolia a jeho analýza.....	40
4.1	Výběr akcií	40
4.1.1	Výpočty vstupních parametrů	41
4.2	Naivní portfolio	48
4.3	Optimalizace portfolia pomocí Markowitzova modelu.....	51
4.3.1	Efektivní množina.....	52
4.3.2	Backtesting Markowitzova modelu s malou hodnotou k	53
4.3.3	Backtesting Markowitzovy strategie s minimálním rozptylem	56
4.4	Optimalizace portfolia Bayesovskou strategií	58
4.4.1	Backtesting Bayesovské strategie s malou hodnotou k	58
4.4.2	Backtesting Bayesovské strategie s velkou hodnotou k	61
4.5	Strategie maximalizace Sharpeho poměru.....	64
4.6	Backtesting CVaR modelu	65
4.7	Benchmark.....	68
4.8	Srovnání modelů.....	68
5	Závěr	76
	Seznam použité literatury	78
	Seznam použitých zkratk	80
	Prohlášení o výsledku využití diplomové práce	
	Seznam příloh	
	Přílohy	

1 Úvod

V dnešní době rostoucí finanční gramotnosti obyvatelstva je patrná zvýšená obliba investování a tak i investice do cenných papírů představuje jeden z hlavních způsobů zhodnocení volných peněžních prostředků. Většina investorů si volí investování buď v rámci kolektivního investování do podílových fondů nebo investování do cenných papírů, především pak do akcií. S individuálním investováním souvisí tvorba optimálního portfolia.

Sestavení optimálního portfolia dle různých modelů je v posledních letech i velice oblíbené téma mnoha ekonomů, jelikož význam optimalizace neustále roste. Hlavním smyslem optimalizace portfolia je nalezení nejlepší varianty mezi rizikem a výnosem spojeným s aktivy, podle které se investor řídí. Obecně lze říci, že investoři chtějí maximalizovat výnos při nízké úrovni rizika, což ovšem ve skutečnosti není tak jednoduché, jelikož růst výnosů aktiva je obvykle doprovázen zvýšením míry rizika.

Optimalizaci portfolia nejprve navrhl Harry Markowitz (1952), který přednesl myšlenku, že pokud se investoři musí rozhodnout mezi dvěma portfolii se stejným výnosem, všichni investoři si zvolí portfolio s nižší hodnotou rizika.

Cílem diplomové práce je komparace strategií pro sestavení akciových portfolií a následné porovnání se zvoleným benchmarkem. Pro sestavení portfolií jsou zvoleny akcie zahrnuté v indexu Dow Jones Industrial Average obchodovatelné na americkém akciovém trhu. Zmíněný index je stanoven jako benchmark. Použity jsou měsíční kurzy a analyzované období je od září 2003 do října 2018, tudíž 15 let. Investiční horizont je pouze 10 let, jelikož je prováděno obměňování portfolia na základě historické časové řady. V analyzovaném období je pro bližší nastínění reálné ekonomiky zahrnuta finanční krize. Veškeré výpočty a grafická znázornění jsou prováděna v programech Matlab a MS Excel.

Diplomová práce je rozdělena na 5 základních kapitol, kde kromě úvodu, ve kterém je definován cíl práce, obsahuje diplomová práce 2 teoreticko-metodické kapitoly, po kterých následuje 1 kapitola aplikačně-ověřovací a v závěru práce je celkové shrnutí.

Druhá kapitola je věnována charakteristice finančních trhů. Začátek kapitoly je zaměřen na stručný úvod do oblasti finančního systému a finančních trhů. Následně je blíže charakterizován akciový trh. Součástí kapitoly je i samotný popis akcie, burzy cenných papírů

a benchmarku. Na konci druhé kapitoly je uvedeno, jak probíhá investiční proces a dále je popsán portfolio management.

Ve třetí kapitole je věnována pozornost použité metodice, pomocí které je vypracována následná praktická část této diplomové práce. Jelikož je aplikační část zaměřena na optimalizaci portfolia podle portfoliových modelů a strategií, jsou v této kapitole charakterizovány například Markowitzův model, Blackův model, Tobinův model, Bayesovská strategie, strategie minimalizace rozptylu nebo strategie maximalizace Sharpeho poměru. Na konci kapitoly jsou charakterizovány také ukazatele výkonnosti portfolia, mezi které patří Value at Risk, Sharpeho poměr, maximum drawdown a Rachevův poměr.

Aplikační část je rozepsaná ve čtvrté kapitole. V této části jsou aplikovány vybrané modely a strategie, které jsou charakterizovány ve třetí kapitole, pomocí programů Matlab a MS Excel a jsou zde rovněž uvedeny a popsány všechny zjištěné výsledky. Aplikační část je zaměřena také na srovnání jednotlivých výsledků jak mezi sebou, tak zároveň s benchmarkem.

V závěrečné kapitole jsou shrnuty výsledky zjištěné v předešlých kapitolách práce.

2 Charakteristika finančních trhů

Vzhledem ke složitosti tržního prostředí a finančních trhů je řízení investic požadováno za důležitou součást správy aktiv, jejímž smyslem je efektivně se vyhnout riziku, udržovat stabilitu očekávaného přínosu a maximalizovat návratnost investic. Je proto nezbytné vytvoření co nejefektivnější strategie správy portfolia aktiv.

Nejprve je důležité si charakterizovat pojem finanční trhy a co vše lze v rámci tohoto pojmu zahrnout. Na začátku této kapitoly se tudíž definují pojmy finanční systém a zejména finanční trhy, které následně budou rozčleněny podle různých kritérií na dílčí trhy a tyto trhy budou charakterizovány. Následovat bude objasnění si pojmů jako akcie, index a burza cenných papírů. Důvodem je, že portfoliové modely budou srovnávány s vývojem benchmarku na základě dosazení historických akciových kurzů. Pro investory je sledování benchmarku velice důležité.

Vhodné je ještě vysvětlit pojmy jako investiční proces a portfolio management. Na konci kapitoly budou ještě charakterizovány transakční náklady.

2.1 Finanční systém a finanční trh

Nedílnou součástí globální ekonomiky je finanční systém. Pod pojmem finanční systém si je možno představit mechanismus, pomocí něhož se volné prostředky k zapůjčení dostávají k ekonomickým subjektům, které si je chtějí vypůjčit. Je souhrnem jak všech dílčích segmentů finančního trhu, tak i všech na nich obchodovaných finančních instrumentů (cenných papírů) a rovněž všech ekonomických subjektů, které s těmito finančními nástroji obchodují, nebo poskytují různé odborné finanční služby a tím napomáhají k správnému fungování finančního systému.

Součástí tohoto systému je také finanční trh, na kterém právě dochází k přemísťování kapitálu od subjektů, které disponují volným kapitálem k těm, které se snaží získat kapitál k efektivnějšímu využití ve smyslu finančních investic. Jako většina trhů, i kapitálový trh je tvořen nabídkou a poptávkou po kapitálu nebo finančních aktivech. Jedná se v podstatě o místo, kde probíhají jednotlivé finanční transakce.

Finanční systém lze charakterizovat na základě sedmi funkcí, jak se uvádí v Rejnuš (2016). Jedná se o následující funkce:

1. depozitní – možnost ukládání volných finančních prostředků,
2. kreditní – možnost získávání finančních prostředků,
3. uchování hodnoty – ve finančních aktivech je možnost uchovat (zhodnocovat) hodnotu,
4. likvidity – možnost přeměny finančních nástrojů na peněžní prostředky,
5. platební – možnost provádění plateb prostřednictvím platebních systémů,
6. ochrany proti riziku – jedná se možnost pojištění proti různým druhům rizik a také o možnost diverzifikace portfolia finančních aktiv,
7. politická – účelné provádění fiskální a monetární politiky.

Všechny více zmíněné funkce působí společně a navzájem se rovněž doplňují. Každý finanční systém vždy vychází z některého ekonomického systému a je jeho součástí.

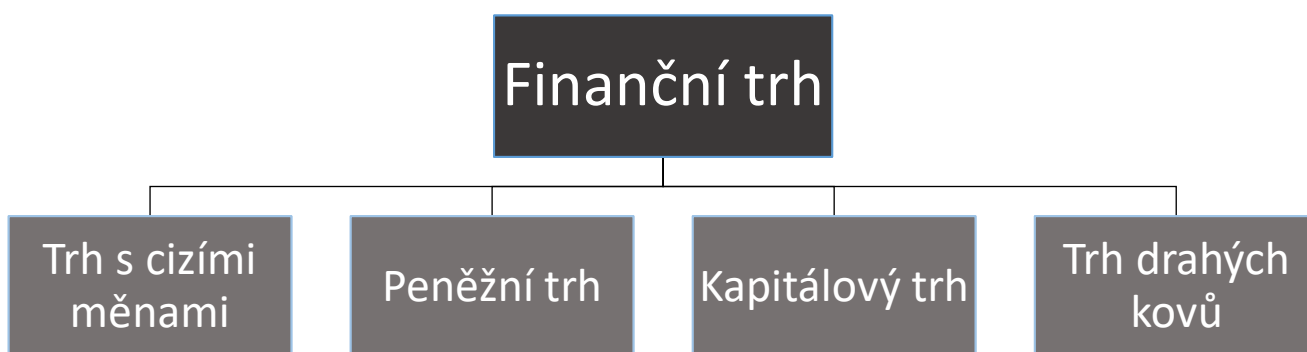
2.1.1 Členění finančního trhu

Jelikož finanční trh jako celek je velice obsáhlý pojem, je lepší si jej rozdělit na menší dílčí trhy. V této podkapitole je popsáno možné rozdělení finančního trhu.

Prvním z možných kritérií, podle kterých je přípustné rozdělit celý finanční trh na obrovské množství dílčích trhů, je dle typu obchodovatelného finančního instrumentu. Hlavní množina finančních instrumentů obchodovatelných na finančním trhu zahrnuje veškeré druhy cenných papírů (akcie, dluhopisy, šeky, směnky atd.), deriváty, úvěry, termínované či spořicí účty, cizí měny, pojišťovací kontrakty, cenné papíry fondů kolektivního investování i strukturované produkty (např. investiční certifikáty a CDOs).

Další přípustné členění je, jak uvádí Rejnuš (2016), rozdělení na 4 základní trhy zobrazené v následujícím Obrázek 1.

Obrázek 1 Členění finančního trhu dle základních finančních instrumentů



Zdroj: vlastní zpracování

Na základě předchozího členění je následně možné rozčlenit peněžní a kapitálový trh na trhy dlouhodobých a krátkodobých úvěrů a dále na trhy dlouhodobých a krátkodobých cenných papírů. Finanční instrumenty krátkodobého charakteru jsou obchodovány na peněžním trhu, dlouhodobé finanční instrumenty, s dobou splatnosti delší než jeden rok, pak na kapitálovém trhu.

Dále je možné blíže rozlišovat trh se zahraničními měnami dle bezhotovostního či hotovostního charakteru, a to na devizový a valutový trh. Logické rozdělení zbývajících trhu je členění na trhy jednotlivých kovů: zlato, stříbro, olovo, platina a další.

Třetí přístup členění finančního trhu je dle času vydání aktiva do oběhu. V případě, že finanční instituce (podnik, banka atd.) nebo vláda emituje poprvé daný druh cenného papíru, nabízí se za pomoci underwritera (manažera emise) na primárním trhu. Takový postup se nazývá první veřejná nabídka (angl. IPO). Dodatečně emitovaný cenný papír se rovněž obchoduje nejprve na primárním trhu.

Bylo-li již finanční aktivum jednou obchodované, a má-li být součástí dalšího obchodu, slouží k tomu sekundární trh. Hlavní funkcí sekundárního trhu je poskytování likvidity účastníkům trhu. Rozsah obchodů na sekundárním trhu je mnohem rozsáhlejší než na primárním trhu, jelikož zde dochází k opakovanému prodeji jednoho aktiva. Počet obchodů aktiva není nijak omezen.

Ještě je možné rozdělit finanční trh z pohledu možnosti vstupu do obchodování. Definoval lze veřejné a neveřejné trhy, kdy na veřejných trzích má možnost obchodu každý a existuje zde především pravidlo nejvyšší nabídnuté ceny, oproti tomu na neveřejných trzích se uzavírají smluvní kontrakty přímo osobně s kupujícím, případně s úzkou skupinou osob.

2.2 Akciový trh

Jedním z nejsledovanějších a nejdůležitějších kapitálových trhů je jistě trh s akciemi. Hlavní pozornost se upírá především na sekundární trh. Důvodem je význam pro predikci vývoje finančních trhů, jelikož na tomto trhu se obchoduje ve velkých objemech a velice často.

Když se akciová společnost rozhodne pro veřejné obchodování svých akcií, musí provést veřejnou nabídku akcií (IPO). Důvodem pro vstup může být, že akciová společnost hodlá navýšit kapitál čili získat další finanční zdroje, nebo že se společnost snaží optimalizovat kapitálovou strukturu, případně je záměrem veřejného vstupu na burzu, aby se akciová společnost marketingově zviditelnila a zvýšila se její důvěryhodnost. Jak již bylo řečeno v kapitole 2.1.1, IPO se provádí pomocí underwritera, který celý proces řídí a kontroluje.

Obchody s akciemi na sekundárním trhu se provádí buď na burzovním nebo mimoburzovním trhu (OTC). Tyto obchody již nepřináší emitentovi žádné finanční prostředky, přesto se akciové společnosti snaží podporovat obchody, z důvodu zvýšení prestiže. Burzovní trhy se řídí jasně definovanými pravidly a představují trh s vysokou likviditou a nízkým rizikem spojeným s obchodováním. Na druhou stranu, s OTC trhy je spojeno neformální obchodování přímo mezi dvěma subjekty.

Investoři mají dvě možnosti, jak dosáhnout výnosu na akciovém trhu. Prvním způsobem je dosažení výnosu z titulu držby akcií, a to formou podílu na zisku společnosti (dividendy). Druhá možnost je dosažení výnosu z rozdílu ceny při nákupu a prodeji akcií. Tuto strategii často využívají spekulanti, jelikož kurz akcie je v čase velice volatilní. Případnou možností je nákup akcií při IPO, kdy akcie bývají většinou podhodnocené, a následný prodej na sekundárním trhu.

Akcie je druh cenného papíru představující právo na podíl majetku akciové společnosti. Akciová společnost emituje akcie za účelem získání kapitálu při zakládání nové společnosti, popřípadě transformaci jiných typů společnosti, nebo k financování svých podnikatelských aktivit v průběhu ekonomické činnosti. Investoři nakupující akcie se tak stávají vlastníky

společnosti. Společná práva vyplývající z držby akcií znamenají, že akcionáři mají právo podílet se na řízení společnosti, což představuje možnost hlasovat na valné hromadě. Dalšími jsou právo na výplatu podílu na zisku (dividendy) a právo na likvidačním zůstatku v poměru odpovídajícím na nominální hodnotě držených akcií.

Na základě hlediska spojeného s odlišnostmi v právech akcionářů je možné akcie rozlišit na kmenové, prioritní a zaměstnanecké. S kmenovými akciemi se pojí veškerá již zmíněná práva akcionářů.

Přednostní právo na výplatu dividend nebo likvidačního podílu je ovšem spjato s prioritními akciemi. Akcionář vlastníci pouze prioritní akcie však nemůže hlasovat na valné hromadě, což bývá často uvedeno ve stanovách společnosti.

K odměně a motivaci se mohou používat zaměstnanecké akcie, které obvykle bývají k dispozici zaměstnancům za zvýhodněné podmínky. Jedno z dalších možných členění akcií je dle převoditelnosti, a to na akcie na jméno a na majitele. Akcie na majitele je volně směnitelná a u akcie na jméno se majitel převádí rubopisem. Podle podoby se akcie člení na zaknihované a listinné.

2.3 Burza cenných papírů

Na burze se střetává nabídka a poptávka po investičních instrumentech, a tím se utváří cena (kurz) daných instrumentů. Jak uvádí Rejnuš (2016), burzy jsou ve vyspělých zemích nedílnou součástí tržního prostředí. Mezi hlavní obchodovatelné cenné papíry se mimo jiné řadí právě akcie.

K obecně největším burzám na světě se řadí New York Stock Exchange (NYSE) s tržní kapitalizací obchodovatelných společností přibližně ve výši 14,2 bilionů USD, druhou největší je NASDAQ, kde se tržní kapitalizace obchodovatelných společností pohybuje okolo 4,7 bilionů USD. Další v pořadí největších burz jsou: Tokijská burza (3,5 bilionů USD), London Stock Exchange (3,4 bilionů USD). V České republice se nachází Burza cenných papírů Praha, která se, co se týče počtu akciových titulů (zhruba 20) a celkovému počtu uzavřených obchodů, nedá přiřadit k největším na světě ani v Evropě.

V praktické části práce se pracuje převážně s akciemi a indexy z New York Stock Exchange a část akcií je obchodovatelná na burze NASDAQ, jelikož americký akciový trh

je největším na světě, a nejvíce regulovaným akciovým trhem. Denní množství obchodů na NYSE se pohybuje okolo 2 milionů USD.

Na NYSE lze nalézt také velké množství indexů. Mezi nejznámější patří Dow Jones Industrial Average (DJIA), který je v této práci charakterizován v samostatné podkapitole 2.4.1, jelikož je zvolen jako benchmark k porovnání portfoliových strategií.

2.4 Benchmark

Benchmark je standart zvolený samotným investorem nebo portfolio manažérem k poměrování výkonnosti svého portfolia. Především je benchmarkem index vytvořený tak, aby obsahoval více cenných papírů a představoval určitý aspekt trhu. Referenční indexy (benchmarky) byly vytvořeny pro všechny typy aktiv (akcie, cenné papíry s fixním příjmem, podílové fondy atd.).

Stanovení vhodného benchmarku je velice důležitý krok při hodnocení investiční strategie. Původně si investoři mysleli, že důležité bylo srovnání absolutní návratnost vzhledem k nulové ztrátě. Od 80. let požadovali investoři vědět, jak dobře jsou na tom jejich akcie ve srovnání s ostatními akciemi či hlavními akciovými indexy dostupnými ve Spojených státech, což byly Dow Jones Industrial Average a S&P 500. Díky tomu byla vytvořena široká škála kritérií a hierarchií srovnávání investic, která investorům umožňuje znázornit, jak dobře investují do kapitálu.

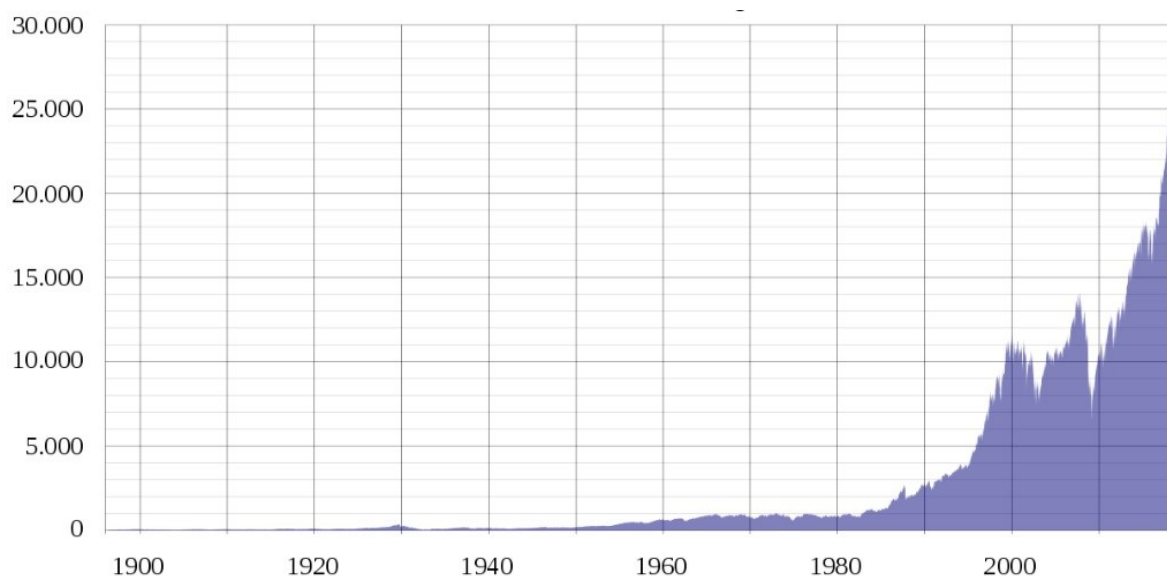
Tradiční benchmarky jsou založeny na tržních charakteristikách jako kapitalizaci, růstu a hodnotě. Lze ovšem nalézt indexy založené na fundamentálních charakteristikách, sektorech, dividendách a dalších faktorech.

2.4.1 Dow Jones Industrial Average

V této práci byl jako benchmark zvolen index Dow Jones Industrial Average (DJIA). Tento index je jeden z nejstarších a nejvíce sledovaných světových indexů. Pomocí indexu DJIA lze sledovat výkonost amerických akciových trhů potažmo celé americké ekonomiky.

Od roku 1928 se jedná o cenově vážený index „blue chip“s akcií¹, což znamená, že akcii s větší cenou je v indexu zahrnutá větší váha. Index byl poprvé představen zakladatelem Charlesem Dowem v roce 1896 a bylo v něm zahrnuto 20 titulů. Postupem času se počet titulů navýšil na hodnotu 30 a zahrnuté akciové tituly se postupem času obměnily, aby splňovaly parametry kvality hodnocení amerického trhu.

Obrázek 2 Vývoj indexu DJIA



Zdroj: <https://education.howthemarketworks.com>

V Obrázek 2 je znázorněn vývoj indexu od jeho založení až do roku 2018. Je patrné, že do počátku 90. let se hodnoty indexu nedostaly nad hranici 3 tisíc bodů. Až od 90. let minulého století došlo k rapidnímu rostoucímu trendu, který byl ovlivněn pouze globálními finančními krizemi, při kterých došlo k poklesu. V srpnu 2018 již převýšily hodnoty indexu hranici 26 tisíc bodů.

2.5 Investiční proces

V první řadě je vhodné na začátku této kapitoly vysvětlit co vlastně znamená pojem investice. Jak se uvádí v Bodie a kol. (2011), „investice je současným závazkem peněz nebo

¹ Akcie největších a nejziskovějších společností obchodovatelných na burze vyznačující se nižší volatilitou, stabilními výnosy, pravidelnou výplatou dividendy a nízkou zadlužeností společnosti.

jiných zdrojů v očekávání na získání budoucích výhod“. Investice je možné rozdělit na reálné a finanční.

Reálné investice představují finanční umístění do hmotných, případně nehmotných aktiv. Především se jedná o nemovitosti, pozemky, stroje, umělecké předměty, drahé kovy, licence, know-how, software atd.

Finanční investicí se rozumí umístění kapitálu do finančních aktiv, za cílem dosažení budoucího zhodnocení, buď jednorázového, nebo ve formě pravidelných peněžních příjmů v dlouhém období. Investoři si často vybírají investice do akcií, dluhopisů, podílových listů, finančních derivátů, depozitních certifikátů a dalších cenných papírů. Tato práce je právě zaměřená na finanční investování do akcií.

Na počátku investičního procesu se snaží investor odpovědět si na otázky, do jakých typu aktiv investovat, jak velkou částku investovat, a kdy přesně investici provést. Takový postup lze označit za investiční proces, který se dá rozdělit, jak uvádí Sharpe a kol. (1994), na 4 fáze:

1. volba strategie,
2. analýza cenných papírů,
3. sestavení portfolia,
4. revize a hodnocení výkonosti portfolia.

První krok, který se týká *volby strategie*, je stanovení investičního cíle, který by měl být zvolen s ohledem na investiční trojúhelník (riziko, výnos, likvidita). Přihlédnout by měl investor taktéž na svém postoji k riziku. Následně by se měla stanovit velikost investovaného kapitálu. Na konci prvního kroku je nutné vybrat potenciální finanční aktiva, ze kterých je možné následně sestavit portfolio.

V rámci *analýzy cenných papírů* se hodnotí výkonnost cenných papírů vybraných v prvním kroku. Kondici cenných papírů lze hodnotit např. na základě technické a fundamentální analýzy. Smyslem technické analýzy je predikovat budoucí cenu akcie na základě historické časové řady dat a nalézt optimální termín k provedení zamyšleného obchodu. Z historické časové řady výnosu aktiva se zjistí jak průměrný výnos, rozptyl a kovariance s dalšími aktivy. Oproti tomu pomocí fundamentální analýzy se hledá vnitřní hodnota akcie, která se porovnává s kurzem akcie. Výrok by měl odpovědět na otázku, zda je akcie nadhodnocená či podhodnocená.

Sestavení portfolia souvisí s výběrem vhodných aktiv dle předchozí analýzy a stanovením velikosti kapitálu investovaného do jednotlivých aktiv. Důležitým předpokladem je optimalizace portfolia dle zvolené strategie (v prvním kroku), které je dále věnovaná velká část práce. Dále je požadována diverzifikace, aby riziko portfolia bylo minimalizováno při požadované míře výnosnosti.

Hodnocení výkonosti portfolia spočívá ve stanovení míry výnosnosti a velikosti rizika sestaveného portfolia a na analýze ukazatelů výkonnosti portfolia jako jsou např. Sharpeho poměr a Rachevův poměr, čemuž je rovněž věnovaná velká část praktické práce.

Revize portfolia souvisí s opakováním předchozích kroků, jelikož záměry investora se mohou postupem času obměňovat. Časté obměňování portfolia ve stanovených intervalech na základě optimalizace se nazývá backtesting, který je dále blíže definován.

Jak již bylo zmíněno, rozhodování investorů rovněž souvisí s postojem investora k riziku, zda je averzní, neutrální či vyhledává riziko.

2.6 Portfolio management

Oblast zabývající se řízením portfolia, rozhodováním o investičním mixu, sladěním investic s cíli, alokací aktiv do jednotlivých institucí a rovněž řízením rizika v závislosti na výnosech se nazývá portfolio management. Je to činnost, pomocí níž se investor snaží maximalizovat výnos ze svého sestaveného portfolia. Činností se rozumí právě rozhodování a provádění obchodních operací na finančních trzích. Rozlišují se individuální portfolio manažeři, kteří spravují své osobní portfolio, a institucionální portfolio manažeři (investoři), kteří spravují portfolio klientů např. v podílových fondech.

Portfolio manažeři se mohou rozhodovat například pomocí SWOT analýzy při optimalizaci: kapitálu (vlastní nebo cizí), teritoriální působnosti (domácí, celosvětový), potenciálu trhu (rostoucí, stabilní), finančních instrumentech a mnoho dalších faktorech. Optimalizací se rozumí různé formy diverzifikace.

Co se týče investičního portfolia, existuje řada nástrah, kterým čelí jednotlivci a instituce, v otázce, jak rozhodnout o budoucích investicích, které mají za cíl přinést dostatek finančních prostředků. U institucí, jako jsou pojišťovny, by mohlo být cílem získat finanční prostředky na budoucí závazky z důvodu možného vyplacení pojistných plnění. Z individuálního pohledu

by cílem mohlo být postupné zhodnocování majetku, případně získávání finančních prostředků na životní potřeby v neproduktivním věku. Proto, ať jsou to instituce nebo jednotlivci, by se měli zaměřit na to, jak nejlépe investovat za účelem dosažení stanovených cílů.

Existuje několik důvodů, proč je investiční portfolio důležité:

- 1) diverzifikace portfolia,
- 2) snížení rizika,
- 3) složení závisí na výnosu a riziku obchodu
- 4) není nutná ochrana proti pádu
- 5) vznik moderních teorií portfolia.

Portfolio může obecně generovat ekvivalentní očekávaný výnos při nižší volatilitě ve srovnání s jednotlivým cenným papírem. Jak již bylo několikrát zmíněno, volatilita může být vyjádřena jako směrodatná odchylka, která rovněž představuje riziko.

2.6.1 Správa portfolia

Investor má možnost zvolit si, zda bude své portfolio spravovat aktivně či pasivně. Každý způsob správy má své výhody a nevýhody.

V případě aktivní správy dochází ke snaze navýšit tzv. přidanou hodnotu, kdy u vhodné zvolené investice se požaduje vytvořit mimořádný výnos, který lze dosáhnout v souvislosti s aktuální tržní situací. Pro aktivní spravování portfolia je charakteristické, že po dobu investičního horizontu jsou investorem hledány nové investiční příležitosti. Při porovnání se stávající situací může být struktura portfolia aktivně obměňována. Aktivního investora lze popsat jako subjekt, který opětovně investuje své finanční prostředky z jednoho investičního instrumentu na druhý.

Strategie spojená s pasivně spravovaným portfoliem se zaměřuje na náklady, kdy smyslem je minimalizovat náklady, které by mohly ovlivnit čistý výnos. Investor své prvotně sestavené portfolio až do doby realizace nemění, což je důvod, proč tato strategie je relativně levná, neboť investor nemusí platit poplatky spojené s obchodováním s cennými papíry. Za nevýhodu lze považovat, že investor nemusí dosáhnout mimořádně vysokého výnosu.

U pasivního přístupu řízení portfolia si může investor vybrat ze dvou teorií. Jedná se o teorii efektivních trhů a tzv. indexování. Teorie efektivních trhů znamená, že informace ovlivňující trhy je ihned k dispozici všem investorům, a je také jimi okamžitě zpracována. Investoři (případně portfolio manažeři) jsou tedy přesvědčeni, že průměr trhu nemůže být překonán. V souvislosti s teorií indexování, jsou indexové fondy používány pro vytvoření portfolia, které napodobuje specifický index.

2.6.2 Transakční náklady

Při správě portfolia obvykle dochází k obměně aktiv v portfoliu za účelem navýšení očekávaného zisku. S takovou obměnou jsou spojeny náklady, především na nákup a prodej aktiv. Hlavní formou nákladu je zprostředkovatelská provize, případně daně.

Jak se uvádí v Elton a kol. (2014), „*velikost transakčních nákladů vystihuje, jak velké vnímané nesprávné ocenění musí být předtím, než investor může ziskově vyměnit jednu akcii za druhou*“. Značné transakční náklady se můžou projevit tak, že investor nebude držet optimální portfolio. Existují tři zdroje transakčních nákladů: přímé náklady, rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou (bid - ask spread) a potencionální cenový dopad velikosti obchodu.

Jeden z možných způsobů, jak rozlišit transakční náklady, je jejich rozdělení z hlediska pevných a variabilních transakčních nákladů, a také členění na explicitní a implicitní transakční náklady. Fixní transakční náklady nesouvisí s faktory, jako např. objem obchodu a tržní podmínky a nedá se je ovlivnit. Oproti tomu velikost variabilních transakčních nákladů je závislá většinou na všech těchto faktorech a investoři se snaží o co největší snížení tohoto druhu transakčních nákladů.

Již předem známé transakční náklady se nazývají explicitní. Jedná se především o provize, poplatky a samozřejmě i daně. Implicitní transakční náklady nejsou oproti tomu předem známé a jejich velikost nelze ani předem stanovit. Příkladem implicitních nákladů mohou být náklady obětované příležitosti. Větší část celkových transakčních nákladů tvoří právě implicitní náklady.

3 Popis vybraných portfoliových modelů

Portfoliové modely jsou určeny k optimalizaci struktury portfolia aktiv (v této práci akcií), což představuje restrukturalizaci finančních investic s cílem maximalizovat požadovanou míru výnosu při specifikované úrovni rizika, případně při definované požadované míře výnosu minimalizovat úroveň rizika. Na tuto úlohu se může aplikovat například teorie pravděpodobnosti, matematické statistiky, lineární algebra a další relevantní matematické teorie. Některé z těchto matematických teorií a přístupů jsou dále charakterizovány v této kapitole a následně aplikovány v praktické části práce.

Prvním předpokladem k optimalizaci portfolia je zjištění základní charakteristiky akcií obsažených v portfoliu, jako je výnos, průměrný očekávaný výnos, rozptyl, směrodatná odchylka a podobně. Tyto charakteristiky slouží k analýze aktiva pomocí různých způsobů. Stejně charakteristiky jsou dále aplikovány na celé portfolio.

3.1 Základní charakteristiky akcií

V této podkapitole jsou vysvětleny základní charakteristiky a výpočty pro datové vstupy potřebné k následnému výpočtu jednotlivých typů modelů.

3.1.1 Charakteristiky jednoho aktiva

Prvním důležitým výpočtem je zjištění výnosu jednotlivých akcií mezi dvěma obdobími. V této práci se dále počítá s diskretním výnosem, který se vypočítá jako relativní změna ceny akcie, což lze zapsat pomocí rovnice,

$$R_{it} = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}, \quad (3.1)$$

kde R_{it} je diskretní výnos i -tého aktiva v čase t , P_t určuje tržní cenu aktiva v čase t a P_{t-1} je tržní cena aktiva v předchozím čase $t-1$.

Celkový průměrný očekávaný výnos aktiva v investičním horizontu se vypočítá pomocí aritmetického průměru výnosu jednotlivého cenného papíru, kde je následující vztah,

$$E(R_i) = \frac{1}{N} \cdot \sum_t R_{it}, \quad (3.2)$$

kde $E(R_i)$ je střední hodnota očekávaného výnosu i -tého aktiva, N je počet pozorovaných období a R_{it} je výnos daného aktiva za dané období.

Dalším nezbytným ukazatelem je výpočet hodnoty rozptylu aktiva představující riziko spojené s volatilitou kurzu daného aktiva. Výpočet rozptylu je dán rovnicí,

$$\sigma^2 = \text{var}(R_i) = \frac{1}{N} \sum [R_{it} - E(R_i)]^2, \quad (3.3)$$

kde $\text{var}(R_i)$ je rozptyl výnosu i -tého aktiva.

Z rozptylu lze následně vypočítat směrodatnou odchylku dle jednoduchého vzorce,

$$\sigma(R_i) = \sqrt{\text{var}(R_i)}, \quad (3.4)$$

kde $\sigma(R_i)$ je směrodatná odchylka i -tého aktiva.

3.1.2 Charakteristiky portfolia

Velice sledovanými charakteristikami portfolia jsou jako u akciových kurzů hodnoty očekávaného výnosu a rizika (volatility), vyjádřené směrodatnou odchylkou. V investičním portfoliu je obsaženo riziko, což může ovlivnit skutečný výnos investora. Neexistuje žádný způsob, jak přesně tento výnos vypočítat, ovšem lze jej zjednodušit a zjistit budoucí očekávaný výnos. Budoucí očekávaný výnos portfolia se vypočítá jako vážený průměr očekávaných výnosů jednotlivých aktiv (v našem případě akcií) v portfoliu. Váhy, obsažené ve vzorci, představují procentní podíly jednotlivých aktiv ve vytvořeném portfoliu.

Výpočet očekávaného výnosu portfolia se zapíše rovnicí:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N x_i \cdot E(R_i), \quad (3.5)$$

kde $E(R_P)$ je očekávaný výnos portfolia, $E(R_i)$ je očekávaný výnos i -tého aktiva v daném portfoliu a x_i je váha i -tého aktiva a N je celkový počet aktiv v portfoliu.

Riziko portfolia, vyjádřené rozptylem a následně směrodatnou odchylkou, lze vypočítat dle následujícího vztahu,

$$\sigma_P^2 = \sum_i \sum_j x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}, \quad (3.6)$$

kde σ_{ij} je kovariance mezi i -tým a j -tým aktivem, x_i je váha i -tého aktiva v portfoliu a x_j je váha j -tého aktiva v portfoliu.

Směrodatná odchylka pak opět představuje odmocninu z rozptylu a vypočítá se dle následujícího vztahu,

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2} = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}}. \quad (3.7)$$

3.1.3 Kovariance a korelace

Jak kovariancí, tak i korelací je vyjádřená míra vzájemné závislosti veličin mezi sebou. Zjištění kovariance může investorovi poskytnout přehled o tom, jak se v budoucnu mohou pohybovat ceny dvou akcií vůči sobě. Pozorováním historického vývoje cen akcií se může dojít k závěru, zda se ceny vyvíjejí stejně nebo při poklesu kurzu jedné akcie kurz druhé roste a opačně. Zjišťuje se statistická závislost mezi i -tým a j -tým aktivem.

Vzorec pro kovarianci je následovný,

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2} = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot x_j \cdot \sigma_{ij}}, \quad (3.8)$$

Výsledek kovariance není hodnotově ohraničený, může se rovnat jakékoliv hodnotě. Pokud je kovariance rovná nule, znamená to, že i -té a j -té aktivum jsou navzájem nezávislé. V případě, že je výsledek jiný než nula, tak aktiva jsou navzájem závislá, což znamená, že vývoj

jednoho aktiva je do určité míry závislý na vývoji druhého aktiva. Mírnusová hodnota znamená obrácenou statistickou závislost.

Zjištěné hodnoty kovariancí se zaznamenávají do kovarianční matice v rámci portfolia aktiv. Hlavní diagonála obsahuje závislosti určitého aktiva sama se sebou, což vyjadřuje hodnotu rozptylu aktiva.

Pro lepší porovnávání závislostí mezi aktivy je možné použít korelaci, což je normovaná kovariance. Jelikož výsledné hodnoty jsou předem ohraničeny, vypovídací schopnost a interpretace je v tomto případě jednodušší. Korelace se vypočítá následovně:

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}(R_i; R_j)}{\sigma(R_i) \cdot \sigma(R_j)}, \quad (3.9)$$

kde ρ_{ij} je korelace mezi i -tým a j -tým aktivem a $\text{cov}(R_i; R_j)$ je korelace mezi i -tým a j -tým aktivem.

Míra korelace může nabývat hodnot v intervalu $[-1;1]$, kdy hodnotou -1 se vyjadřuje maximální záporná závislost, hodnotou 0 se vyjadřuje nulová závislost mezi aktivy a hodnota korelace 1 indikuje maximální kladnou závislost. S vypočtenou korelací je možno definovat, jak se změna u jedné akcie odrazí ve změně druhé akcie.

3.2 Naivní portfolio

Prvním z popisovaných portfoliových modelů je nejjednodušší naivní portfolio. Toto portfolio je rovněž známo jako $1/n$ strategie. Investoři, kteří sestavují portfolio dle naivní strategie investují do více rizikových aktiv a váhy těchto aktiv jsou totožné.

V naivní strategii portfolia se ignoruje cenová volatilita aktiva. Nezáleží na tom, jaká je cena rizikového aktiva, i přesto se zahrnují tyto aktiva do stejné relativní váhy ve stanoveném období. Investoři, kteří vyhledávají riziko a příliš jim nevdá nízká očekávaná návratnost, se mohou rozhodnout uplatnit naivní strategii portfolia. Výhody naivní strategie portfolia je jednoduchost realizace a srozumitelnost. Tato strategie není citlivá na chybu odhadu. Teoreticky může nastat situace, že pokud investoři investují do velkého množství aktiv se stejnými váhami, mohou na konci investice dosáhnout průměrného výnosu na trhu. V některých případech se může stát, že tato strategie vychází i lépe.

3.3 Základní portfoliové modely

V rámci kategorie základních portfoliových modelů jsou zahrnuté: Markowitzův, Tobinův a Blackův model. Součástí je i podkapitola charakterizující očekávanou užitkovou funkci.

3.3.1 Markowitzův model

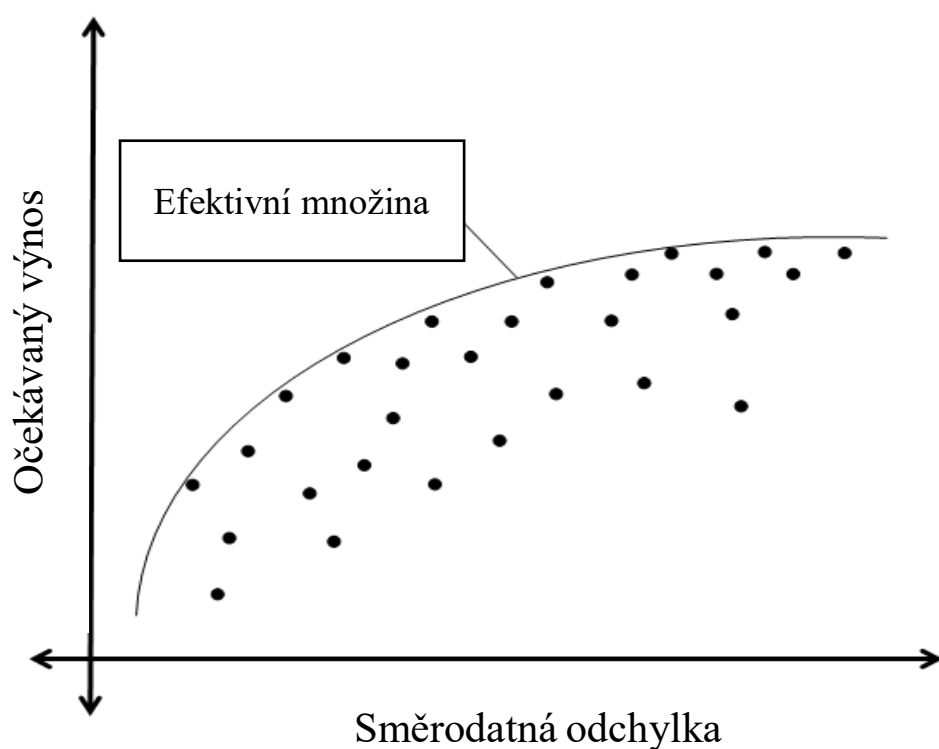
Markowitzův model se zařazuje do skupiny mean-variance modelů založených na převodu faktorů do dvou parametrů, a to: střední hodnotě výnosů (mean) a rizika vyjádřeného pomocí rozptylu (variance). Model je založen na těchto hlavních předpokladech:

- statický model, investor se rozhoduje pouze na jedno období,
- rizikově averzní investor,
- investice pouze do rizikových aktiv,
- aktiva je možné nekonečně dělit,
- nepracuje se s krátkým prodejem,
- obchoduje se na informativně dokonalých trzích,
- transakční náklady a daně se zanedbávají.

Z modelu vyplývá, že míra rizika závisí na korelaci pohybu výnosů dílčích aktiv, ze kterých je portfolio složeno. Aktiva mohou být pozitivně či negativně korelována nebo nekorelována.

K výběru optimálního portfolio se využívají indiferenční křivky. Každý investor má nekonečně mnoho indiferenčních křivek, které znázorňují investorovi preference a zohledňuje se v nich postoj investora k riziku. Dále je třeba k nalezení optimálního portfolio znát efektivní množinu z přípustné množiny. Veškeré možné kombinace výnosu a rozptylu portfolio, které lze zkonstruovat ze zvolených aktiv, jsou zahrnuty v přípustné množině. Efektivní množina je pak tvořena body představující kombinaci střední hodnoty výnosů a rozptylu, kdy není možné zlepšit jeden parametr, aniž by se druhý parametr zhoršil. Příklad znázornění efektivní množiny je zobrazen na obrázku Obrázek 3.

Obrázek 3 Efektivní množina Markowitzova modelu



Zdroj: vlastní zpracování

Postup pro konstrukci množiny je následovný. Nejprve je nezbytné zjistit krajní body efektivní množiny znázorňující portfolio s maximální střední hodnotou výnosů a portfolio s nejnižší mírou rizika. Dalším krokem je zjištění vnitřních bodů na efektivní množině. Celkem se tedy definují tři typy úloh. První z úloh je výpočet portfolio s minimálním rizikem, dále se definuje úloha s maximálním očekávaným výnosem a posledním typem úlohy je výpočet vnitřních ekvidistantních bodů.

Formulace úlohy pro minimální riziko

Účelová funkce má tvar,

$$\sigma_p \rightarrow \min. \quad (\text{ÚF1})$$

Omezující podmínky jsou následovné:

$$\sum_i x_i = 1, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P1})$$

$$x_i \geq 0, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

kde

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j} = \sqrt{\vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}}, \quad (3.10)$$

Účelová funkce zahrnuje daná omezení a vyjadřuje portfolio s minimálním rizikem. V první podmínce (P1) je definováno, že součet podílů aktiv v portfolio je roven jedné, to znamená, že nemůžeme investovat více prostředků, než máme k dispozici. Druhá podmínka (P2) vysvětluje nemožnost krátkého prodeje, definovány jsou podmínky nezápornosti.

Formulace úlohy pro maximální očekávaný výnos

Definice účelové funkce je následující

$$E(R_p) \rightarrow \max. \quad (\text{ÚF2})$$

Podmínky jsou

$$\sum_i x_i = 1, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P1})$$

$$x_i \geq 0, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (\text{P2})$$

kde

$$E(R_p) = \sum_i x_i \cdot E(R_i) = \vec{x}^T \cdot E(\vec{R}) \quad (3.11)$$

Oproti předchozímu portfolio je u tohoto vyjádřen maximální výnos podle definovaných omezení. Omezující podmínky jsou totožné jako u předchozího případu, ovšem rovnici (3.11) je definován výpočet střední hodnoty výnosu.

Následně je nutné vypočítat ekvidistantní interval středního výnosu portfolio, dle vzorce,

$$ekvidistantní\ interval = \frac{E(R_{PA}) - E(R_{PB})}{k + 1}, \quad (3.12)$$

kde $E(R_{PA})$ je střední hodnota výnosu portfolia s minimálním rizikem, $E(R_{PB})$ je střední hodnota výnosu portfolia s maximálním výnosem a k je počet zjišťovaných portfolií mezi portfolii s maximálním výnosem a minimálním rizikem.

Dále je proveden výpočet generovaných ekvidistantních bodů vyjadřující portfolia se stejnou vzdáleností mezi sebou,

$$E(R_{P_j}) = E(R_{P_{j-1}}) + ekvidistantní\ interval. \quad (3.13)$$

Formulace úlohy pro vnitřní ekvidistantní body

Účelová funkce je definována,

$$\sigma_p \rightarrow \min. \quad (ÚF3)$$

Nutné omezující podmínky jsou (P1), (P2) a dodána je ještě podmínka:

$$E(R_p) = E(R_{p-generované}), \quad (P3)$$

kde σ_p se vypočítá dle vzorce (3.10) a $E(R_p)$ se vypočítá dle vzorce (3.11).

V účelové funkci je definováno, že hledáme minimální hodnotu směrodatné odchylky u efektivního portfolia. První a druhá podmínka je totožná jako u předchozí úlohy, ovšem je přidána ještě třetí podmínka, která určuje, že očekávaný výnos efektivního portfolia $E(R_p)$ musí být roven střední hodnotě generovaného výnosu v předem stanoveném ekvidistantním bodě $E(R_{p-generované})$. V této úloze se hledá efektivní portfolio pro předem stanovené očekávané střední hodnoty výnosu.

3.3.2 Blackův model

Rovněž Blackův model se zařazuje do skupiny mean-variance modelů. Totožný je předpoklad s předchozím modelem, čili investování pouze do rizikových aktiv. Odlišností

je přípustný krátký prodej. Nutné je ovšem rozlišovat tzv. neomezený a neomezený krátký prodej.

Postup k sestavení efektivní množiny je obdobný jako v případě Markowitzova modelu. Nejprve je nalezeno efektivní portfolio s minimálním rizikem, poté s maximálním očekávaným výnosem a následně vnitřní ekvidistantní portfolia pro dané výnosy. Analogie je i v případě počtu formulovaných úloh, rozdíl je pouze v definovaných podmínkách.

Jak tomu bylo u předchozího modelu, tak i u Blackova modelu jsou definovány tři typy úloh (pro portfolio s minimálním rizikem, portfolio s maximálním výnosem a vnitřní portfolia pro dané $E(R_{p-generované})$). Rovněž se jedná o mean-variance model s podmínkou, že se dá investovat pouze do rizikových aktiv. Rozdíl oproti Markowitzova modelu je pouze ve druhé podmínce (P2), kde je povolen krátký prodej aktiv ve výši disponibilních finančních prostředků. Tato podmínka je pak upravená následovně,

$$x_i \geq -1, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N. \quad (P2')$$

3.3.3 Tobinův model

Další modifikace obou předchozích modelů je obsažená v Tobinově modelu. Předpoklad omezení investování pouze do rizikových aktiv již nemusí platit. V modelu se pracuje s možností investování do bezrizikového aktiva, které se v neomezeném množství může zařazovat do portfolia, jak v podobě nákupu, tak krátkého prodeje. Existuje několik variant modelů:

- bezrizikové aktivum se pouze zapůjčuje,
- bezrizikové aktivum se pouze vypůjčuje,
- bezrizikové aktivum se vypůjčuje i zapůjčuje za totožnou bezrizikovou sazbu,
- bezrizikové aktivum se vypůjčuje i zapůjčuje, avšak za odlišnou bezrizikovou sazbu.

Součástí Tobinova modelu je tzv. tržní portfolio (M), složené ze všech rizikových aktiv obchodovatelných na trhu. Dílčí podíl aktiv odpovídá poměru tržní kapitalizace. Také je v portfoliu zahrnuto bezrizikové portfolio tvořené pouze bezrizikovým aktivem. Takto

složené portfolio je pro averzního investora neoptimálnější, jelikož poměr mezi dodatečně očekávaným výnosem a rizikem je maximální.

Model je založen na předpokladu možnosti investování do rizikových aktiv, ale také do bezrizikových aktiv v neomezeném počtu. Přípustné je zapůjčování (lending) i vypůjčování (borrowing).

Prvním krokem je sestavení tržního portfolio M sestaveného pouze z rizikových aktiv dostupných na trhu. Tržní portfolio hledáme, aby byl dosažen maximální sklon přímky CML, a tudíž poměr rizikové premie a směrodatné odchylky efektivního portfolio. Účelová funkce pro efektivní portfolio je,

$$\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M} \rightarrow \max, \quad (\text{ÚF4})$$

kde $E(R_M)$ je očekávaný střední výnos tržního portfolio, R_F je bezriziková sazba a σ_M je směrodatná odchylka tržního portfolio.

Úloha je omezená podmínkou (P2) a ještě dalšími dvěma podmínkami,

$$x_F + \sum_k x_k = 1, \quad (\text{P4})$$

$$x_F = 0, \quad (\text{P5})$$

kde x_F vyjadřuje podíl bezrizikového aktiva a x_k je podíl k -tého rizikového aktiva.

Pro správné výpočty jsou potřebné ještě rovnice,

$$E(R_M) = \sum_{i=1}^{N+1} x_i \cdot E(R_i), \quad (3.14)$$

$$\text{var}(R_M) = \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}, \quad (3.15)$$

$$\sigma_M = \sigma(R_M) = \sqrt{\text{var}(R_M)}. \quad (3.16)$$

Pomocí účelové funkce je vyjádřen sklon přímky CML. Podmínka (P4) přípustnou množinu investičních variant, druhá podmínka (P2) vyjadřuje pouze možné investování a třetí podmínka (P5) umožňuje zařazení bezrizikového aktiva do portfolia.

Druhá úloha formuluje úlohy výpočtu efektivních portfolií. Účelová funkce je ve tvaru,

$$E(R_p) \rightarrow \max. \quad (\text{ÚF5})$$

K této úloze jsou omezující podmínky (P2), (P4), a třetí podmínkou je:

$$\sigma_p = \sigma_{p-\text{generované}} \quad (\text{P6})$$

kde σ_p je směrodatná odchylka portfolia a $\sigma_{p-\text{generované}}$ je směrodatná odchylka v ekvidistantních bodech.

Pro výpočty jsou opět nezbytné rovnice,

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N+1} x_i \cdot E(R_i), \quad (3.17)$$

$$\text{var}(R_p) = \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x}, \quad (3.18)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\text{var}(R_p)}. \quad (3.19)$$

Tímto postupem se nalezne efektivní portfolio pro vypočtenou směrodatnou odchylku v ekvidistantních bodech a to tím, že se maximalizuje střední hodnota výnosu portfolia.

Podmínky druhé úlohy jsou obdobné jako u výpočtu tržního portfolia až na třetí podmínku v pořadí (P6), ta v tomto případě vyjadřuje, že směrodatná odchylka hledaného portfolia se musí rovnat směrodatné odchylce portfolia v daném bodě.

3.3.4 Očekávaná užítková funkce

Pro využití Markowitzova modelu, u něhož se zjistila efektivní hranice portfolia, se aplikuje užítková funkce sloužící k nalezení optimálního složení portfolia pro investora. Jak se uvádí v Zmeškal a kol. (2004), užítková funkce má následující tvar,

$$U = E(R_p) - k \cdot \sigma_p^2 \quad (3.20)$$

kde $E(R_p)$ je očekávaný výnos portfolia, σ_p^2 je rozptyl portfolia a parametr k značí investorův postoj k riziku. Když $k = 0$, investor zaujímá neutrální postoj k riziku, když $k > 0$, investor je averzní k riziku a v případě, že $k < 0$, tak investor vyhledává riziko. V této práci se ve většině případů předpokládá averze investora k riziku.

3.4 Bayesovská strategie

U Bayesovského přístupu se zohledňuje subjektivní předpoklad rozdělení odhadu parametru pravděpodobnostního rozdělení výnosů a kovarianční matice. Pravděpodobnostní rozdělení se vyznačuje kombinací subjektivního rozdělení a pravděpodobnostního rozdělení výběru. V této práci se bude pracovat s Bayes-Steinovou strategií portfolia. Ve výpočtu se vychází z odhadu představeného v knize Jorion (1986).

V důsledku nestability klasického mean-variance optima se napsalo mnoho studií o tom, jak snížit chybu mean-variance optimálního portfolia. Jak uvádí Kresta (2016), podle strategie Bayes-Stein by měl být očekávaný výnos aktiv odhadnut pomocí odhadů v rovnicích (3.21) a (3.22),

$$\mu_t^{BS} = (1 - \delta_t) \cdot E(R_{i,t}) + \delta_t \cdot \bar{\mu}_t, \quad (3.21)$$

$$\delta_t = \frac{n + 2}{n + 2 + m \cdot (E(R_{i,t}) - \bar{\mu}_t)^T \cdot C_t^{-1} \cdot (E(R_{i,t}) - \bar{\mu}_t)}. \quad (3.22)$$

Proměnná μ_t^{BS} v rovnici (3.21) představuje očekávaný výnos pomocí Bayesovského přístupu, $E(R_{i,t})$ je očekávaný výnos i -tého aktiva, $\bar{\mu}_t$ představuje průměrný očekávaný výnos

všech aktiv, δ_t je proměnná odhadu, pomocí které se počítá μ_t^{BS} . V druhé rovnici (3.22) proměnná n představuje množství investovaných aktiv a C_t je kovarianční matice.

Bayesovská strategie nejenže smršťuje očekávaný výnos, ale také smršťuje kovarianci. Velikost smrštění závisí na počtu aktiv a počtu pozorování. Postup je popsán v následující rovnici

$$C_t^{BS} = C_t \cdot \left(1 + \frac{1}{m + \tau_t}\right) + \frac{\tau_t}{m \cdot (m + 1 + \tau_t)} \cdot \frac{1_n \cdot (1_n)^T}{1_n \cdot C_t^{-1} (1_n)^T}, \quad (3.23)$$

kde,

$$\tau_t = \frac{m \cdot \delta_t}{1 - \delta_t}. \quad (3.24)$$

Proměnná C_t^{BS} je kovarianční matice Bayesovské strategie, m je počet historických pozorování, n je počet aktiv, 1_n je n jednotkový vektor, τ_t je informační přesnost před μ .

Nově získané hodnoty očekávaného výnosu a kovarianční matice můžou být následně použity do účelové funkce optimalizující portfolio. Váhy jednotlivých aktiv v portfolio se vypočítají následovně:

$$x_t^{BS} = \frac{(C_t^{BS})^{-1} \cdot \mu_t^{BS}}{(1_n)^T \cdot (C_t^{BS})^{-1} \cdot \mu_t^{BS}}. \quad (3.25)$$

V různých nejnovějších studiích autoři uvádí, že přesvědčení investora jsou založena na konkrétním modelu ocenění aktiv

3.5 Markowitzova strategie s minimálním rozptylem

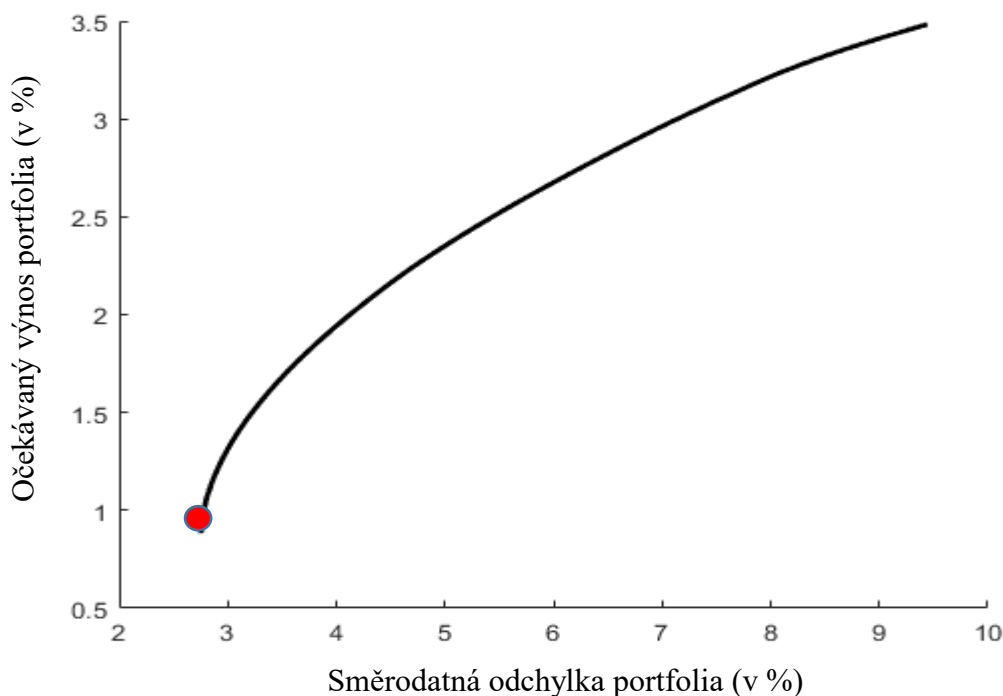
Při této strategii se investor zaměřuje pouze na portfolio s minimální hodnotou rozptylu a nebere v úvahu hodnotu očekávaného výnosu portfolio. Většinou si takto sestavuje investor vysoce averzní k riziku.

Sestavené portfolio v podstatě představuje dolní bod efektivní množiny portfolio sestaveného podle mean-variance Markowitzova modelu. Sestavení portfolio bylo popsáno

v podkapitole 3.3.1. Při výpočtu se postupuje dle účelové funkce (ÚF1) s omezující podmínky jsou (P1) a (P2).

Pro ukázkou je portfolio s minimálním rozptylem znázorněno v Obrázek 4, jako červený bod na černé křivce.

Obrázek 4 Portfolio s minimálním rozptylem



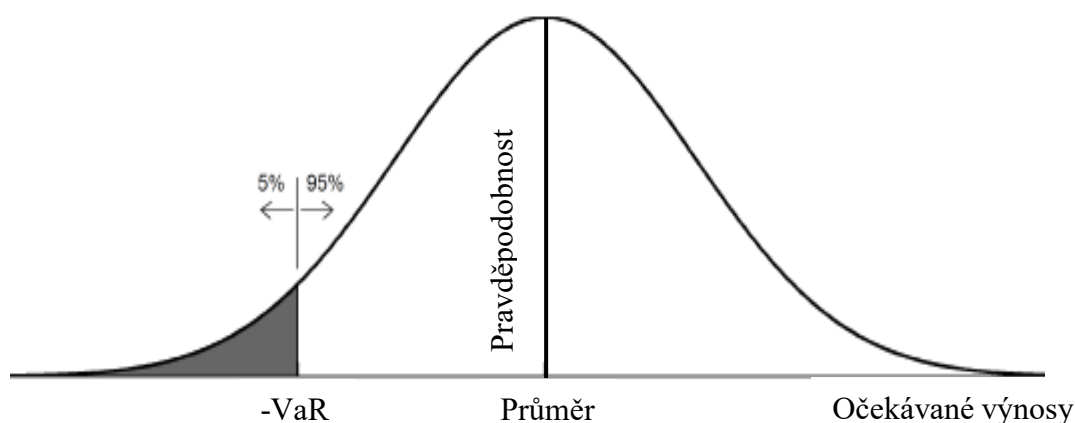
Zdroj: vlastní zpracování

3.6 Mean-Value at Risk Model

Při investičním rozhodování a řízení aktiv existuje problém, což je otázka, jak efektivně řídit a snižovat finanční riziko. Finanční trh je vcelku nestabilní a s investicí do finančních aktiv je spojená spousta rizika, které je za potřebí snižovat. Velice rozvinutá je právě metoda Value at Risk (VaR) sloužící k eliminaci možných velkých ztrát. Smyslem a výhodou této metody je, že veškerá rizika se převádí na jeden ukazatel, což je změna hodnoty portfolia aktiv.

Pojem VaR lze definovat jako nejmenší predikovanou ztrátu na zvolené hladině pravděpodobnosti (významnosti) za určitý časový úsek. V podstatě se jedná o maximální možnou ztrátu finančního aktiva nebo sestaveného portfolia způsobenou volatilitou trhu. Blíže je ukazatel VaR definován v samostatné kapitole 3.9.1.

Obrázek 5 Grafické znázornění VaR



Zdroj: vlastní zpracování

Platí, že zvolená hladina pravděpodobnosti odráží do jisté míry rizikové preference investora. Čím vyšší je tato hladina, tím je investor více nakloněný k riziku a opačně.

Metoda VaR se zaměřuje především na riziko finančního trhu, a předpokladem této metody je normální rozdělení výnosu portfolia nebo aktiva. V modelu se však nebere v úvahu například pád trhu.

Při určení VaR se vychází z toho, že pravděpodobnost menšího zisku, než je předem stanovená hodnota zisku, bude rovná zvolené hladině pravděpodobnosti (významnosti) α . Z toho lze vyvodit, že VaR znamená ztrátu a zisk se může vyjádřit jako negativní ztráta.

Vztah lze formulovat takto:

$$\Pr(X \leq -VaR_{X,\alpha}) = \alpha \quad (3.26)$$

kde \Pr je pravděpodobnost toho, že spojitá náhodná veličina (výnos portfolia) X bude než záporná hodnota VaR , je α .

Celkový mean-Value at Risk model pro portfolio aktiv s předpokladem normálního rozdělení výnosů se matematicky formuluje takto:

Účelová funkce pro efektivní portfolio je,

$$VaR = -E(r_p) - \Phi_{\alpha}^{-1} \cdot \sigma_p \rightarrow \min. \quad (ÚF6)$$

kde:

$$E(R_p) = \sum_i E(R_i) \cdot x_i = E^T(\vec{R}) \cdot \vec{x}, \quad (3.27)$$

$$\sigma_p^2 = \vec{x}^T \cdot C \cdot \vec{x} = \sum_i \sum_j x_i \cdot \sigma_{ij} \cdot x_j, \quad (3.28)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_i \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_j, \quad (3.29)$$

kde $E(R_p)$ je střední hodnota výnosu portfolia, x_i je váha investována do i -tého aktiva, σ_p je směrodatná odchylka portfolia, Φ_α^{-1} je inverzní funkce k distribuční funkci normovaného normálního rozdělení na hladině pravděpodobnosti α , C je kovarianční matice, σ_{ij} je kovariance i -tého a j -tého aktiva a ρ_{ij} je korelace i -tého a j -tého aktiva.

Úloha je omezená podmínkami,

$$\sum_i p_i = V_0, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (P7)$$

$$p_i \leq V_0, \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, \quad (P8)$$

kde p_i je množství peněz investovaných do jednotlivého aktiva a V_0 je počáteční investovaný kapitál.

Přidána může být ještě podmínka velikosti nejmenšího podílu investovaného do jednotlivého aktiva, ovšem ta není v tomto případě zahrnuta.

3.7 Mean-Conditional Value at Risk model

Mean-Conditional Value at Risk model, který vychází z výše zmíněného mean-Value at Risk modelu, u kterého je ale místo ukazatele VaR použit ukazatel CVaR pro vyjádření rizika, jenž je vhodnější mírou pro aplikační účely. Důvodem je, že u rozptylu se počítá s oboustranným rizikem, což znamená, že stejná váha je přiřazena záporné i kladné odchylce od střední hodnoty. Investory spíše zajímá záporná odchylka na levém konci rozdělení výnosů,

která představuje ztrátu, jelikož v případě, že by nastala situace s kladnou odchylkou, znamenalo by to, že výnos je vyšší než průměr a investor by více zhodnotil investované prostředky, což není nežádoucí.

Jak uvádí Kresta (2016), „*CVaR lze definovat jako střední hodnotu ztráty převyšující hodnotu VaR na dané hladině spolehlivosti*“. CVaR je konzistentní metoda měření rizika a může se optimalizovat pomocí algoritmu lineárního programování. Ukazateli CVaR se dostává stále větší obliby u institucionálních investorů. Obecně se CVaR vypočítá jako:

$$CVaR_{X,\alpha} = -E(x|x < -VaR_{X,\alpha}), \quad (3.30)$$

kde X je náhodná veličina výnosů a x jsou jednotlivé výnosy z náhodné veličiny X . Dále se předpokládá, že budoucí možné zisky X je možné dosáhnout se stejnou pravděpodobností, kde CVaR lze definovat jako,

$$CVaR_{X,\alpha} = -\frac{1}{\alpha} \left[\frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^{[\alpha n]-1} X_{\alpha} + \left(\alpha - \frac{[\alpha n] - 1}{n} X_{[\alpha n]} \right) \right], \quad (3.31)$$

kde $[x]$ představuje nejmenší celé číslo, které je větší než x . Proměnná n je definována jako množství dat použitých pro výpočet CVaR.

V případě, že se bude CVaR zahrnovat v modelu jako míra rizika, lze definovat optimalizační úlohu následovně,

$$v = \left\{ \begin{array}{l} \arg \min k \cdot CVaR_{\alpha}(R \times x) - (1 - k) \cdot E(R \times x) \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \end{array} \right\} \quad (\acute{U}F7)$$

kde R je matice historických výnosů kde ve sloupci jsou představena aktiva a v řádcích jsou scénáře.

Při použití této metody pro odhad vah je patrné, že váhy u aktiv jsou závislé na parametru k , vyjadřující postoj investora k riziku, a parametru α , vyjadřující část distribuční funkce, ze které se bude počítat. Je-li $k = 0$, výsledek je stejný jako u mean-variance modelu, jelikož nebereme

v úvahu riziko. Obecně jsou použité stejné hodnoty jako u předchozích modelů pro výpočet optima portfolia a za parametr α je dosazená hodnota 5 %.

3.8 Backtesting portfoliových strategií

Backtesting portfolia znamená proces testování jedné nebo více různých strategií alokace aktiv na základě historických dat. Předpokladem backtestingu je, že vývoj ceny aktiva v minulosti, může odrážet budoucí vývoj. Před investováním do portfolia aktiv na reálném trhu, může investor provést simulaci různých zvolených strategií sestavením portfolia aktiv podle historických dat. Následně může investor posoudit výkonnost různých portfoliových strategií a rozhodnout, která ze zvolených strategií je nejvhodnější k použití.

Při provádění backtestingu se volí hodnota T , která představuje dobu historického pozorování. Proměnná m jsou historické údaje aktiv. Na základě historických dat můžeme provést odhad ukazatelů různých strategií portfolia, kde proměnná t znázorňuje datum, kdy začíná backtesting. Principem je, že známe historické ceny aktiv v období T , potřebné k zhodnocení efektivity různých strategií. V dalším postupu se aplikují údaje o cenách aktiv za období $t-m$ a $(t-1)$ a tím se získají váhy jednotlivých portfolií. Takto získané váhy se použijí k sestavení portfolia v čase t . Následně se stejný postup provede v čase $t+1$ až do situace, kdy se zjistí váhy portfolia v čase T .

Výstupem je matice vah portfolií, pomocí které je možné vypočítat očekávaný výnos a hodnotu portfolia, která se často používá k porovnání portfoliových strategií. K výpočtu očekávaného výnosu portfolia se použije rovnice (3.5) a k výpočtu vektoru hodnoty portfolia slouží následující rovnice,

$$W_{t+1} = W_t \cdot (1 + R_{p,t}) \quad (3.32)$$

kde W_0 představuje prvotní investici, W_{t+1} je kumulovaná hodnota portfolia v čase t až do času T , což je rovněž finální hodnota portfolia.

3.9 Ukazatelé výkonnosti alokace portfoliových strategií

Ve finančním sektoru je riziko velice častý pojem a konkrétně finanční riziko se vztahuje k nejistotě, kterou podstupují účastníci finančního trhu. Proto jej nemůžeme opomenout ve výpočtech, abychom co nevíce snížili riziko z portfolia. Měření rizika je důležité jak pro samostatné investory, tak pro finanční instituce, které je používají k predikcím a analýze rizika. Pomocí různých ukazatelů se dá vypočítat např. pravděpodobnost ztráty, která může investorům naznačit možné negativní důsledky příliš velkého rizika.

V této podkapitole budou právě charakterizovány ukazatele, pomocí nichž se dá měřit efektivnost různých portfoliových strategií. Sestavené portfolio nelze hodnotit pouze na základě plynoucího výnosu, ale je třeba brát v úvahu i riziko spojené s investicí. V jednotlivých ukazatelích se obě tyto proměnné zahrnují, což značí lepší vypovídací schopnost.

3.9.1 Value at Risk

Riziko pro investora představuje možnou ztrátu finančních prostředků, což je i princip ukazatele VaR. Tento ukazatel pro hodnocení rizika se v dnešní době využívá v oblasti finančních institucí. U řízení portfolia je smyslem vyjádřit maximální možnou ztrátu na určité hladině významnosti ve stanoveném intervalu. Ukazatel je použit taktéž při optimalizaci portfolia, kde je zahrnut např. v mean-VaR modelu zmíněném v kapitole 3.6.

Jak se uvádí v Kresta (2016), VaR lze definovat dle rovnice:

$$VaR_{X,\alpha} = - \min\{x | Pr(X \leq x) \geq \alpha\}, \quad (3.33)$$

kde α je hladina významnosti, X je náhodná veličina (výnosy).

Pro výpočet VaR je možné použít několik různých metod. Mezi nejpopulárnější patří historická metoda, metoda variací a kovariací a simulace Monte Carlo.

Historická metoda je považována za nejjednodušší metodu stanovení VaR, časově nenáročnou a jednoduše pochopitelnou. Předpokladem historické metody je, že změny rizikových faktorů jsou konstantní v průběhu času.

V případě simulace Monte Carlo se pro odhad VaR používá velký počet náhodných simulací hodnoty portfolia. Princip simulace se řídí zákonem velkých čísel, který znamená, že čím vyšší počet realizací náhodné veličiny, tím se budou parametry a také odhadnutá funkce hustoty blížit předpokladu. Historická metoda vychází z historických scénářů, simulace Monte Carlo pak vychází z náhodných simulovaných scénářů.

U metody variací a kovariací se k odhadu VaR pracuje s volatilitou historických hodnot a korelací mezi hodnotami. Předpokladem je, že měny rizikových faktorů by měly mít normální rozdělení a dalším předpokladem je, že korelace mezi změnami rizikových faktorů je stabilní.

3.9.2 Sharpeho poměr

Sharpeho poměr (Sharpe ratio) byl odvozen v roce 1966 Wiliamem Sharpem, držitelem Nobelovy ceny za Ekonomii za práci na CAPM modelu (capital assets pricing model). Výpočet Sharpeho poměru není příliš složitý, a tak je tento ukazatel jeden z nejvíce používaných k měření výkonnosti finančního aktiva. Sharpe předpokládal, že když si investoři sestaví portfolio se všemi rizikovými aktivy, tak budou požadovat očekávaný výnos převyšující bezrizikovou úrokovou sazbu.

Podle Sharpeho poměru je výhodnější investice, jejíž poměr výnosu nad bezrizikovou sazbou a rizikem (daného volatilitou) je vyšší. Jedná se tedy o míru prémie k podstoupenému riziku. V ukazateli se bere v potaz celkové riziko, a tak je vhodné pro porovnávání portfolií (případně fondů a dalších aktiv) mezi sebou. Hlavním principem je, že racionální investoři by si měli zvolit a držet portfolio aktiv s vysokou efektivitou. Efektivita znamená nejvhodnější poměr mezi očekávaným výnosem a podstoupeným rizikem. Sharpeho poměr se vypočítá dle následujícího vzorce,

$$SR = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p}, \quad (3.34)$$

kde SR představuje Sharpeho poměr, $E(R_p)$ je očekávaný výnos portfolia, R_f je bezriziková úroková sazba a σ_p je směrodatná odchylka portfolia.

Smyslem je zjistit, kolik dodatečného výnosů nad bezrizikovou sazbou lze investicí získat na jednotku směrodatné odchylky. V případě, kdy hodnota SR je záporná, nepokryje výnos

rizikového portfolia výnos z bezrizikového aktiva a investice je neefektivní. Pokud je SR v intervalu mezi nulou a 1, znamená to, že riziko portfolia je vyšší než dodatečný očekávaný výnos. V situaci, kdy je výsledná hodnota větší než 1, je dodatečný očekávaný výnos portfolia vyšší než podstoupené riziko, což evokuje, že investice do portfolia rizikových aktiv je efektivnější oproti investici do bezrizikového aktiva.

I když je Sharpeho poměr jednoduše vypočitatelný ukazatel, tak v případě jednoho portfolia není vhodné tento ukazatel počítat. Hlavní výhodou je možnost porovnání efektivnosti různých portfolií případně srovnání s benchmarkem. Nevýhodou je výpočet na základě historických dat, pomocí nichž zjišťujeme historickou výkonnost portfolia, a můžeme pouze předpokládat, že stejná výkonnost bude následovat i v dalším období.

3.9.3 Rachevův poměr

Dalším možným ukazatelem, kterým můžeme měřit výkonnost portfolia, je Rachevův poměr. Rachevův poměr se definuje jako poměr výnosu k riziku a vypočítá se jak uvádí Biglova a kol. (2004) jako „poměr mezi CVaR záporného dodatečného výnosu na zvolené hladině významnosti a CVaR dodatečného výnosu na zvolené hladině významnosti. Vzorec lze zapsat následovně,

$$\rho(R_p) = \frac{CVaR_{\alpha}(R_f - R_p)}{CVaR_{\beta}(R_p - R_f)}, \quad (3.35)$$

kde $\rho(R_p)$ je hodnota Rachevova poměru, R_p je výnos portfolia, R_f je bezriziková sazba, α a β jsou hladiny významnosti.

Hladiny významnosti se dosazují z intervalu (0,1). V případě, že $\rho < 1$, tak nadměrná ztráta není vyvážená nadměrným ziskem z investice. Když $\rho = 1$, tak je nadměrná ztráta vyvážená nadměrným ziskem. Tento poměr je speciálním případem STARR poměru (Stable Tail Adjusted Return Ratio), což je upravený alternativní ukazatel výkonnosti k Sharpeho poměru, jelikož se nebere v potaz směrodatná odchylka portfolia, ale CVaR.

3.9.4 Maximum drawdown

Tento ukazatel se používá k vyčíslení maximální ztráty od vrcholu k nejnižšímu portfoliu před dosažením nového vrcholu. Maximum drawdown (MDD) je indikátorem rizika poklesu v průběhu určitého časového období. Ukazatel MDD se může vyjádřit v procentech a vypočte se jako:

$$\text{Maximum drawdown} = \frac{\text{vrcholová hod.} - \text{nejvyšší hod.}}{\text{vrcholová hod.}} \quad (3.36)$$

kde vrcholová hodnota je minimální hodnota před následným nárůstem a nejvyšší hodnota je vrcholová (maximální) hodnota v datovém souboru.

Toto je základní vzorec pro výpočet MDD. V případě že chceme aplikovat tento vzorec na měření výkonnosti portfolia, používají se do hodnot proměnných W_t , pro $t \geq 0$, což vyjadřuje vývoj bohatství portfolia. Hodnota vrcholu je v čase θ , z čehož lze vyvodit, že bohatství při vrcholu je W_θ . Používá se vzorec pro výpočet DD_t , denote drawdown:

$$DD_t = \frac{\max_{\theta \in (0,t)} W_\theta - W_t}{\max_{\theta \in (0,t)} W_\theta} = 1 - \frac{W_t}{\max_{\theta \in (0,t)} W_\theta}. \quad (3.37)$$

kde W_θ je bohatství v čase θ , W_t je bohatství v čase t .

Jelikož celé investiční období je v čase T , zjišťuje se MDD v intervalu $(0, T)$. Vzorec je,

$$MDD_{(0,T)} = \max_{t \in (0,T)} \left(1 - \frac{W_t}{\max_{\theta \in (0,t)} W_\theta} \right). \quad (3.38)$$

4 Sestavení portfolia a jeho analýza

Pro investora je velice důležité nalézt optimální portfolio, aby byla investice co nejvíce výhodná, například pomocí použití různých portfoliových modelů. Praktická část práce je tvořena sestavením a porovnáním výkonnosti portfoliových modelů a strategií na základě měsíčních reálných dat s benchmarkem, což je index Dow Jones Industrial Average. Veškeré akciové tituly použité k sestavení portfolia jsou součástí tohoto indexu DJIA a jsou součástí amerického akciového trhu.

Pro výpočty a grafické znázornění byly použity programy Matlab a MS Excel.

4.1 Výběr akcií

Na trhu existuje obrovské množství investičních instrumentů, do kterých lze investovat peněžní prostředky, jako např. akcie, dluhopisy, fondy kolektivního investování, finanční deriváty, nemovitosti atd. Pro účely této práce jsou vybrány akcie, ze kterých budou sestavována portfolia dle vybraných modelů.

Hlavním zdrojem pro čerpání vstupních dat jednotlivých akciových titulů byla internetová stránka *Yahoo Finance*². Vybrány byly akcie umístěné a obchodovatelné na burzách New York Stock Exchange (NYSE) a NASDAQ, a ty, které jsou obsaženy v indexu Dow Jones Industry Average, což představuje určitou prestiž akciových titulů. Tento index je dále použit jako benchmark pro hodnocení výkonnosti sestavených portfolií. Jak již bylo zmíněno v kapitole 2.4.1, index DJIA je jeden z nejstarších indexů a dobře reflektuje výkonnost amerického trhu. V indexu je obsaženo 30 akciových titulů.

Jako časová perioda pro analýzu byl zvolen interval od 1.9.2003 do 1.10.2018, čili 15leté časové období. Jelikož ne všechny akciové tituly obsažené v indexu mají tak dlouhou historii,

² Zdroj: Ceny akcií. [Online]. Dostupné na: <https://finance.yahoo.com/quote/%5EDJI/components?p=%5EDJI>

byl jeden titul vyloučen (akcie společnosti Visa Inc.), a tak se dále pokračuje pouze s 29 akciemi. U všech zbylých akcií se pracuje s měsíčními adjusted closed price³, což bývá u těchto výpočtů obvyklé. Kurzy akcií jsou vyjádřeny v jednotkách amerických dolarů (USD).

Akciové tituly použité k sestavení portfolií v této práci jsou vypsány a abecedně seřazeny podle zkratk v Tabulka 4.1.

Tabulka 4.1 Zkratky a názvy použitých akcií

Zkratka	Název	Zkratka	Název
AAPL	Apple Inc.	MCD	McDonald's Corporation
AXP	American Express Company	MMM	3M Company
BA	The Boeing Company	MRK	Merck & Co., Inc.
CAT	Caterpillar Inc.	MSFT	Microsoft Corporation
CSCO	Cisco Systems, Inc.	NKE	NIKE, Inc.
CVX	Chevron Corporation	PFE	Pfizer Inc
DIS	The Walt Disney Company	PG	The Procter & Gamble Company
DWDP	DowDuPont Inc.	TRV	The Travelers Companies, Inc.
GS	The Goldman Sachs Group, Inc.	UNH	United Health Group Incorporated
HD	The Home Depot, Inc.	UTX	United Technologies Corporation
IBM	International Business Machines Corporation	VZ	Verizon Communications Inc.
INTC	Intel Corporation	WBA	Walgreens Boots Alliance, Inc.
JNJ	Johnson & Johnson	WMT	Walmart Inc.
JPM	JPMorgan Chase & Co.	XOM	Exxon Mobil Corporation
KO	The Coca-Cola Company		

Zdroj: vlastní zpracování

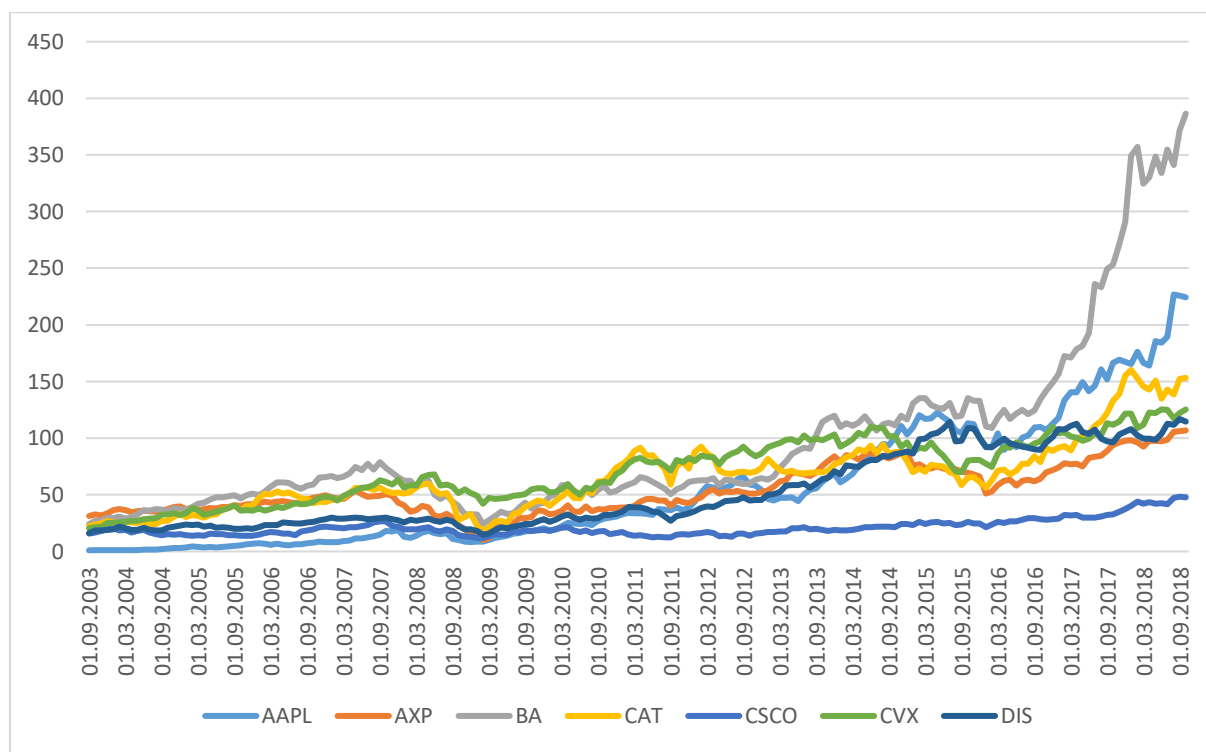
4.1.1 Výpočty vstupních parametrů

V rozmezí od 1.9.2003 do 1.10.2018 je tudíž k dispozici 182 měsíčních tržních cen akcií, z nichž je nezbytné vypočítat základní deskriptivní data, jako očekávaný výnos, rozptyl, směrodatnou odchylku, potřebná k následné aplikaci do modelů. Veškeré měsíční kurzy, se kterými se následně pracuje v aplikační části, jsou v Příloha č. 1.

³ Adjusted closed price je uzavírací cena v daném časovém okamžiku, která byla upravena aby zahrnovala veškeré dostupné informace před následujícím otvíracím dnem jako jsou dividendy a rozdělení.

K přiblížení vývoje kurzů akciových titulů byly vytvořeny spojnicové grafy Graf 4.1 až Graf 4.4, ve kterých jsou všechny vývoje kurzů graficky znázorněny.

Graf 4.1 Vývoj kurzů akcií AAPL až DIS

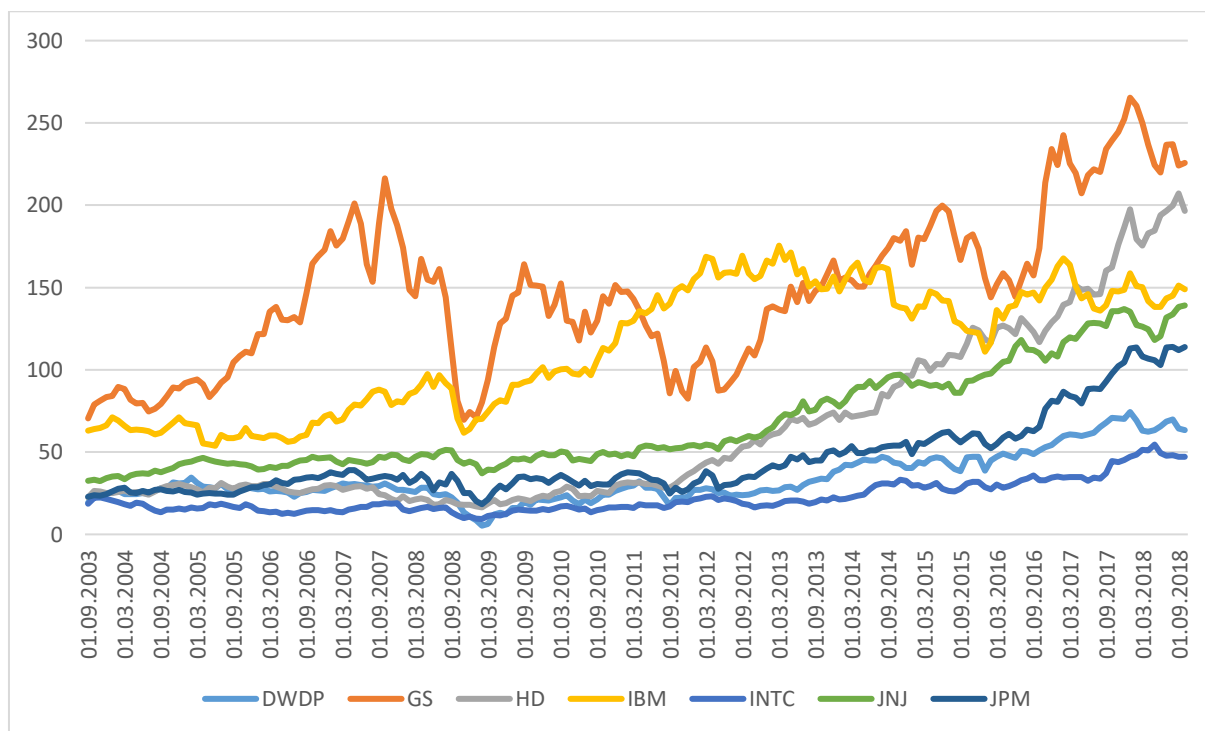


Zdroj: vlastní zpracování

V prvním grafu jsou znázorněny kurzy prvních 7 akcií dle abecedního seřazení. Na počátku sledovaného období jsou všechny kurzy pod hranicí 32 dolarů. Nejnižší hodnota je u akcií společnosti AAPL ve výši 0,9946 dolarů. Nejdražší akcie na počátku sledovaného období z těchto 7 titulů je akcie AXP, v hodnotě 31,3906 dolarů. Z grafu lze vypořadovat, že se všechny akciové kurzy pohybovaly pod hodnotou 100 dolarů, a to až do poloviny roku 2013. V letech 2007-2009 lze jasně zpozorovat vliv finanční krize, kdy došlo k poklesu všech kurzů. Na konci roku 2015 došlo k výraznému nárůstu hodnoty akcie BA až k ceně 400 dolarů za akcii na konci sledovaného období. Způsobeno to bylo dobrými ekonomickými výsledky v lukrativním odvětví s velkými vstupními bariérami. Menší nárůst lze vypořadovat u akcií AAPL a CAT. Kurz akcie společnosti CSCO nijak rapidně nekolísá, ani v období finanční krize, a v porovnání s ostatními tituly je vcelku stabilní. To může být způsobeno snahou vedení společnosti udržet kurz ve zvoleném intervalu.

Následuje Graf 4.2 s dalšími 7 akciovými kurzy od DWDP až k JPM.

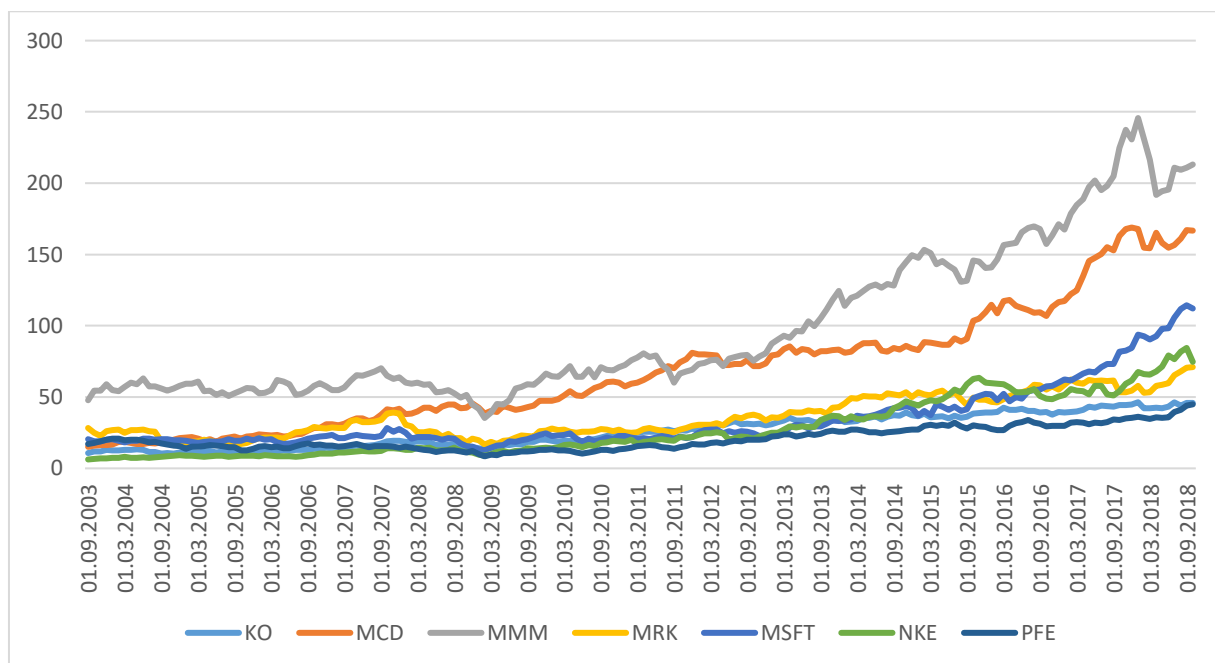
Graf 4.2 Vývoj kurzů akcií DWDP až JPM



Zdroj: vlastní zpracování

Z tohoto grafu je patrné, že vývoj kurzů akcií DWDP a INTS je docela podobný, i když se jedná o společnosti z různých ekonomických odvětví. Počáteční kurzy těchto společností jsou 19,4163 a 18,4774 v předem zmíněném pořadí. Další dvojici se společným vývojem jsou akcie JPM a JNJ, které rovněž nespádají do stejného odvětví. Zprvu je vývoj kurzu stabilní s mírným propadem v období finanční krize, avšak po krizi je již patrný mírný rostoucí trend. Jistá podoba je ještě patrná u vývoje akcie HD, u které došlo k výraznějšímu nárůstu v posledních letech. Vysokou volatilitu lze vidět u křivky vývoje kurzu akcií společnosti GS, kde se kurz pohyboval v intervalu od 70 do 270 USD. Jelikož se jedná o globální investičně bankovní společnost, je tak razantní dopad finanční krize logický. U kurzu akcie IBM lze vypočítat dobrý po krizový vývoj až do roku 2013. Poté se kurz propadl k hodnotě 120 USD a dále se zvýšil k hodnotě 145 USD, u které se s mírnou volatilitou pohyboval až na závěr investičního období.

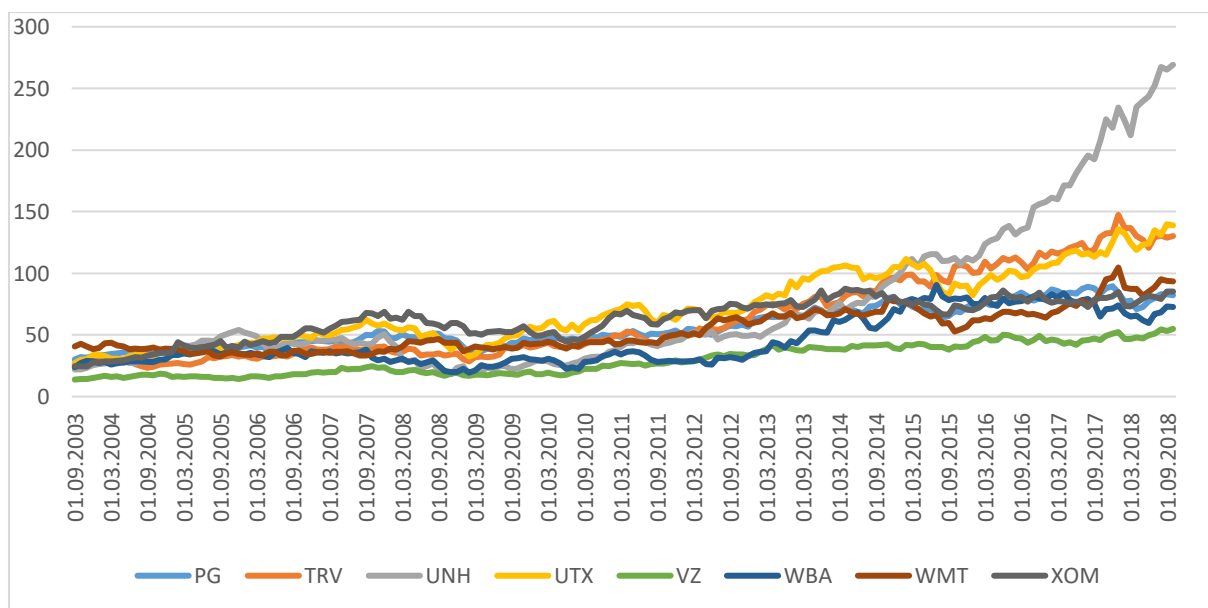
Graf 4.3 Vývoj kurzů akcií KO až PFE



Zdroj: vlastní zpracování

Tento graf se podobá grafu Graf 4.1, ve kterém je zpočátku vývoj kurzů stabilní s mírnou volatilitou některých akcií až do období finanční krize. Od roku 2009 je pak patrný růst kurzů u všech akcií. Zajímavé je, že v období krize, kdy u většiny akcií došlo k poklesu kurzů, u akcie MCD je vidět nárůst kurzu. Největší volatilita kurzu je vidět u akcie MMM.

Graf 4.4 Vývoj kurzů akcií PG až XOM

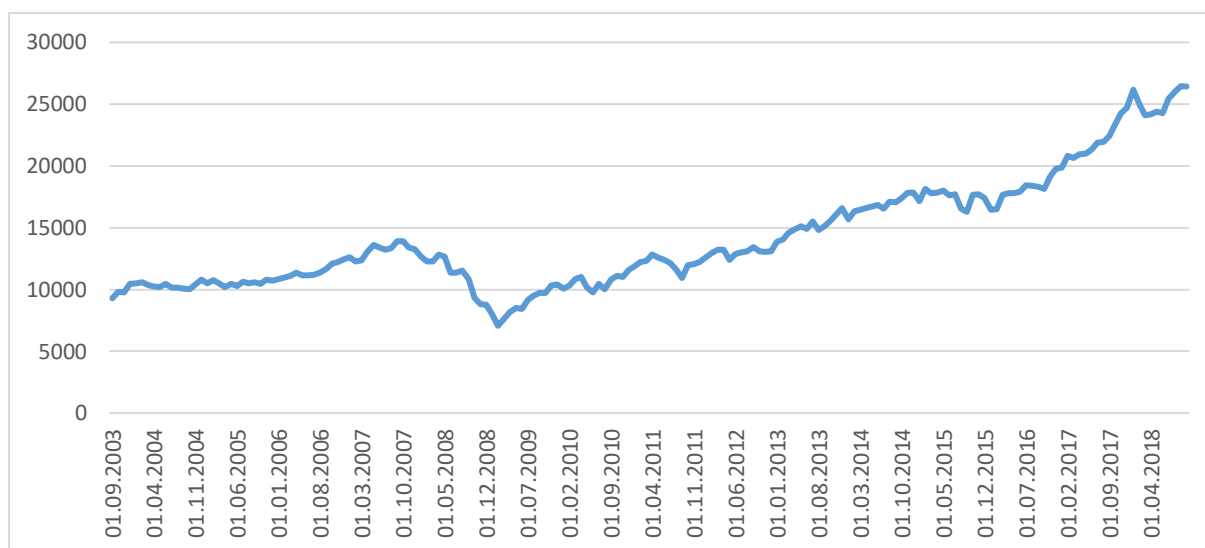


Zdroj: vlastní zpracování

V posledním grafu je zaznamenán vývoj zbylých 8 akciových titulů dle abecedy. U akcie VZ je patrný velice stabilní vývoj v celém sledovaném období. V první polovině grafu je stabilní také kurz akcie WMT, ovšem od konce roku 2011 začíná být křivka více volatilní. V posledních letech došlo k rapidnímu nárůstu hodnoty u akcie UNH, u zbylých titulů je trend spíše charakteristický mírným růstovým vývojem.

Jelikož jsou portfolia srovnávána s benchmarkem, což je, jak již bylo několikrát zmíněno, index DJIA, je v Graf 4.5 zaměřen pouze na vývoj tohoto indexu ve sledovaném období.

Graf 4.5 Vývoj hodnoty indexu DJIA



Zdroj: vlastní zpracování

Index kopíruje vývoj americké, potažmo světové ekonomiky. Počáteční hodnota indexu v září 2003 byla 9275,0596. Jak již bylo popsáno u jednotlivých akcií, před obdobím krize byl vývoj stabilní s mírným rostoucím trendem. Koncem roku 2007 došlo k vypuknutí krize a hodnota indexu se propadla k únoru 2009 až na hodnotu 7062,9302. Od tohoto okamžiku do konce sledovaného období je jasný rostoucí vývoj až k maximální hodnotě 26458,3106 zjištěné v září 2018.

Pro následnou aplikaci do modelů je nejprve nutné vypočítat diskretní měsíční výnos podle vzorce (3.1). Dále z těchto výnosů lze zjistit očekávaný měsíční výnos jednotlivých akcií jako průměrný výnos dle vzorce (3.2). Dalšími nezbytnými ukazateli jsou rozptyl a směrodatná odchylka, vypočtené podle vzorců (3.3) a (3.4), rovněž v měsíčním vyjádření. Veškeré vypočtené hodnoty jsou zaznamenány v Tabulka 4.2.

Tabulka 4.2 Očekávaný měsíční výnos a riziko u akcií a benchmarku

Akcie	$E(R_i)$	$var(R_i)$	$\sigma(R_i)$	Akcie	$E(R_i)$	$var(R_i)$	$\sigma(R_i)$
AAPL	3,48 %	0,0089	9,42 %	MCD	1,43 %	0,0019	4,31 %
AXP	1,06 %	0,0087	9,33 %	MMM	0,98 %	0,0030	5,43 %
BA	1,80 %	0,0051	7,17 %	MRK	0,74 %	0,0044	6,64 %
CAT	1,47 %	0,0078	8,83 %	MSFT	1,16 %	0,0042	6,49 %
CSCO	0,89 %	0,0054	7,36 %	NKE	1,57 %	0,0037	6,10 %
CVX	1,17 %	0,0034	5,81 %	PFE	0,68 %	0,0028	5,28 %
DIS	1,26 %	0,0036	6,00 %	PG	0,64 %	0,0018	4,20 %
DWDP	1,20 %	0,0124	11,11 %	TRV	1,04 %	0,0026	5,13 %
GS	0,98 %	0,0067	8,21 %	UNH	1,65 %	0,0049	6,98 %
HD	1,38 %	0,0037	6,05 %	UTX	1,04 %	0,0028	5,26 %
IBM	0,61 %	0,0027	5,20 %	VZ	0,89 %	0,0025	5,05 %
INTC	0,77 %	0,0051	7,13 %	WBA	0,87 %	0,0052	7,24 %
JNJ	0,88 %	0,0015	3,90 %	WMT	0,58 %	0,0023	4,81 %
JPM	1,18 %	0,0056	7,50 %	XOM	0,81 %	0,0025	4,99 %
KO	0,90 %	0,0020	4,42 %	DJIA	0,65 %	0,0013	3,65 %

Zdroj: vlastní zpracování

Z Tabulka 4.2 je patrné, že největší očekávaný měsíční výnos je u akcie společnosti AAPL ve výši 3,48 %. Logicky vyplývá, že největšímu výnosu by mělo odpovídat zároveň největší riziko vyjádřené rozptylem případně směrodatnou odchylkou. Hodnota směrodatné odchylky u akcií společnosti AAPL je 9,42 %, což ve srovnání s ostatními hodnotami je druhá nejvyšší hodnota. V pořadí druhý nejvyšší očekávaný měsíční výnos je u akcie BA ve výši 1,80 %, u níž je hodnota směrodatné odchylky 7,17 %. Například u akcií společnosti DWDP je patrné, že při relativně větším riziku je očekávaný výnos nižší v porovnání s dalšími akciemi. Nejméně rizikovou akcií je akcie JNJ, u níž jediné hodnota směrodatné odchylky nepřesáhla hranici 4 %. Na druhou stranu očekávaný měsíční výnos ve výši 0,88 % je adekvátní riziku, ovšem lze nalézt akcie s nižší hodnotou výnosu při vyšším podstupovaném riziku jako např. akcie PFE, PG a WMT.

Stejné výpočty byly provedeny i pro hodnoty indexu DJI, který je zvolený jako benchmark. Zjištěné hodnoty jsou zaznamenány rovněž v Tabulka 4.2, na jejím závěru.

Dalším nezbytným vstupním údajem je kovarianční matice. Jednotlivé kovariance se vypočítají dle vzorce (3.8) na základě historických měsíčních výnosů akcií. Celá kovarianční matice je součástí přílohy (Příloha č. 2), v následné tabulce je pouze ilustrační část kovarianční matice.

Tabulka 4.3 Kovarianční matice

	AAPL	AXP	BA	CAT	CSCO	...	UTX	VZ	WBA	WMT	XOM
AAPL	0,0089	0,0032	0,0019	0,0027	0,0023	...	0,0015	0,0009	0,0012	0,0001	0,0013
AXP	0,0032	0,0087	0,0032	0,0045	0,0031	...	0,0025	0,0007	0,0023	0,0005	0,0009
BA	0,0019	0,0032	0,0051	0,0025	0,0021	...	0,0023	0,0008	0,0019	0,0003	0,0011
CAT	0,0027	0,0045	0,0025	0,0078	0,0030	...	0,0029	0,0013	0,0021	0,0006	0,0018
CSCO	0,0023	0,0031	0,0021	0,0030	0,0054	...	0,0019	0,0007	0,0015	0,0004	0,0007
...
UTX	0,0015	0,0025	0,0023	0,0029	0,0019	...	0,0028	0,0006	0,0015	0,0003	0,0010
VZ	0,0009	0,0007	0,0008	0,0013	0,0007	...	0,0006	0,0025	0,0009	0,0006	0,0009
WBA	0,0012	0,0023	0,0019	0,0021	0,0015	...	0,0015	0,0009	0,0052	0,0003	0,0006
WMT	0,0001	0,0005	0,0003	0,0006	0,0004	...	0,0003	0,0006	0,0003	0,0023	0,0001
XOM	0,0013	0,0009	0,0011	0,0018	0,0007	...	0,0010	0,0009	0,0006	0,0001	0,0025

Zdroj: vlastní zpracování

Z kovarianční matice lze vypočítat, že největší obsažená hodnota je 0,1235. Tu lze nalézt u akcie DWDP, jako kovariance sama se sebou, což znamená, že tato hodnota odpovídá zároveň rozptylu výnosů této akcie. Nejmenší hodnota kovariance ve výši 0,0001 je u akcií CVX a WMT. Ve většině případů je kovariance mezi dvěma odlišnými aktivy nižší než kovariance stejného aktiva mezi se sebou, což znamená, že riziko investování do dvou rozdílných akcií je menší než jen investování pouze do jedné akcie. Prokázán je předpoklad diverzifikace (snížení rizika) v případě rozloženého investování do více druhů aktiv.

Ke kovarianční matici byla vytvořena rovněž korelační matice. V korelační matici, stejně jako v kovarianční matici, je zaznamenán vztah mezi výnosy jednotlivých akcií. Hodnoty korelace se avšak pohybují už určitým intervalu od -1 do 1. Vstupními daty jsou opět historické měsíční výnosy akcií. Celá korelační matice je v Příloha č. 3 a v Tabulka 4.4 je opět znázorněna pouze její část.

Tabulka 4.4 Korelační matice

	AAPL	AXP	BA	CAT	CSCO	...	UTX	VZ	WBA	WMT	XOM
AAPL	1										
AXP	0,3658	1									
BA	0,2844	0,4750	1								
CAT	0,3192	0,5461	0,3958	1							
CSCO	0,3346	0,4521	0,4048	0,4656	1						
...					
UTX	0,2990	0,5117	0,6140	0,6224	0,4859	...	1				
VZ	0,1848	0,1562	0,2315	0,2918	0,1913	...	0,2124	1			
WBA	0,1827	0,3442	0,3689	0,3233	0,2875	...	0,4028	0,2517	1		
WMT	0,0254	0,1078	0,1003	0,1301	0,1022	...	0,1115	0,2671	0,0950	1	
XOM	0,2702	0,1832	0,3052	0,4093	0,1814	...	0,3786	0,3519	0,1732	0,0366	1

Zdroj: vlastní zpracování

Z korelační matice je patrné, že největší hodnota je mezi akcemi CVX a XOM ve výši 0,7965. Druhá největší hodnota korelace je mezi akcemi AXP a DWDP, kde hodnota je 0,7955. Opačným případem je korelace mezi akcemi CVX a WMT, u kterých se nalézají minimální korelace, a to 0,0230. Vypozorovat lze také, že veškeré hodnoty korelace jsou kladné, čili mezi výnosy akcií je pozitivní závislost.

4.2 Naivní portfolio

Jako první a nejjednodušší model je sestavení naivního portfolia, u kterého se nemění v čase váhy jednotlivých akcií obsažených v portfoliu. Znamená to, že investor investovanou částku rozloží na stejné díly a za ně kupuje jednotlivé akcie.

V této práci se tvoří portfolio z 29 akcií obsažených v indexu DJIA, které byly jeho součástí po celé sledované období. Jelikož budou následovat modely s backtestingem, za investiční horizont byl zvolen interval od 1.9.2008 do 1.10.2018, což je 10 let. Tudíž váha každé akcie je 1/29. Pomocí zjištěných výnosů akcií je možné vypočítat výnos celého portfolia a vývoj hodnoty majetku portfolia v průběhu analyzovaného období. Postup výpočtu v programu Matlab je v Příloha č. 5. Průběžné výsledky lze nalézt v následující tabulce.

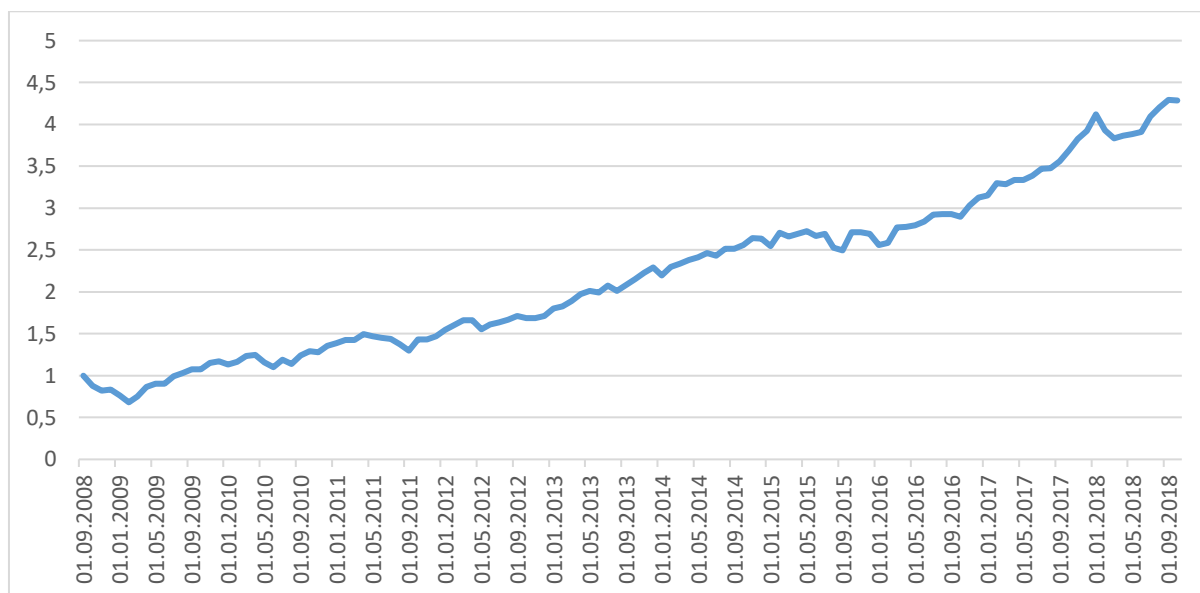
Tabulka 4.5 Výnos portfolia a hodnota portfolia naivní strategií

Datum	Výnos portfolia	Hodnota portfolia	Datum	Výnos portfolia	Hodnota portfolia
01.09.2008	...	1	01.01.2015	-3,32%	2,5456
01.10.2008	-12,17%	1,4429	01.02.2015	6,20%	2,7035
...
01.02.2009	-11,06%	0,6810	01.04.2015	1,27%	2,6936
01.03.2009	10,62%	0,7533	01.05.2015	1,15%	2,7246
01.04.2009	14,47%	0,8624	01.06.2015	-2,17%	2,6654
01.05.2009	4,94%	0,9050
01.06.2009	-0,50%	0,9004	01.10.2015	8,49%	2,7542
01.07.2009	10,21%	0,9923
...	01.01.2017	0,70%	3,2012
01.09.2010	9,26%	1,2411	01.02.2017	4,64%	3,3498
01.10.2010	3,89%	1,2893	01.03.2017	-0,29%	3,3400
...	01.04.2017	1,40%	3,3869
01.10.2011	10,42%	1,4306	01.05.2017	0,03%	3,3878
...
01.11.2012	-0,07%	1,6843	01.07.2018	4,73%	4,1611
...	01.08.2018	2,57%	4,2679
01.09.2013	3,47%	2,0799	01.09.2018	2,20%	4,3617
01.10.2013	3,54%	2,1536	01.10.2018	-0,10%	4,3572

Zdroj: vlastní zpracování

Prvně je nutné zmínit, že pro lepší znázornění vývoje je hodnota majetku určená k prvotní investici, což je pro zjednodušení ve všech případech 1 USD. Z výsledků v Tabulka 4.5 se dá zjistit, že hodnota majetku portfolia se pohybuje v investičním období mezi hodnotami 0,68 až 4,36 USD. Maximální měsíční výnos portfolia je 14,47 % v dubnu 2009, na druhou stranu nejrazantnější pokles je patrný hned v prvním sledovaném měsíci, kdy očekávaný výnos portfolia je ve výši -12,17 %. Projevuje se zde negativní vliv období finanční krize. Co se týče hodnoty portfolia, je vytvořen graf vývoje, ve kterém je lépe znázorněn vývoj v čase.

Graf 4.6 Vývoj hodnoty majetku portfolia v případě naivního portfolia



Zdroj: vlastní zpracování

Křivka bohatství naivního portfolia v Graf 4.6, má nejprve klesající trend zhruba až do února 2009, kdy za uplynulé období se majetek portfolia zmenšil z prvotní investice 1 USD až na hodnotu 0,68 USD. Pokles byl způsoben finanční krizí, kdy výnosy všech akcií byly záporné. Finanční krize se nejvíce projevila především na vývoji průmyslového sektoru a finančního sektoru, který tuto krizi způsobil. V analyzovaném období ovšem nikdy nedošlo k situaci, že by hodnota portfolia klesla pod hodnotu prvotní investice. Po skončení krize lze již pozorovat stálý rostoucí trend s mírnou volatilitou. Na konci období se hodnota majetku v případě naivního portfolia dostane na více než čtyřnásobek původní hodnoty, konkrétně na hodnotu 4,29 USD.

Z výnosů a hodnoty portfolia lze dopočítat ukazatele výkonnosti portfolia, což jsou Value at Risk, Sharpeho poměr, Rachevův poměr a maximum drawdown. Veškeré vzorce pro výpočet jsou vypsány v kapitole 3.9. K výpočtu Sharpeho poměru je nutné znát bezrizikový výnos, za což byl zvolen výnos U.S. 10 Year Treasury (US10Y:U.S.)⁴. Výnos z 10 letého dluhopisu ke konci investičního období činí 3,159 % p.a. Jelikož výnosy jsou měsíční, provede se přepočítání na měsíční sazbu, která vypadá následovně:

⁴ Zdroj: <https://www.cnbc.com/quotes/?symbol=US10Y>

$$R_{f,p.m.} = (1 + 0,03159)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,0026. \quad (4.1)$$

Měsíční bezrizikový výnos tudíž je 0,26 %. K výpočtu Sharpeho poměru je nutné ještě dosadit průměrný měsíční výnos a průměrnou směrodatnou odchylku portfolia. Vzorec s dosazenými hodnotami vypadá následovně:

$$SR = \frac{0,0141 - 0,0026}{0,0396} = 0,2896. \quad (4.2)$$

Veškeré zjištěné hodnoty týkající se výkonnosti portfolia jsou pro lepší přehlednost ještě zaznamenány v následující tabulce.

Tabulka 4.6 Ukazatele výkonnosti naivního portfolia

Očekávaný výnos	Směrodatná odchylka	Konečná hodnota portfolia	Sharpeho poměr	Maximum drawdown	VaR	Rachevův poměr
1,41%	3,96%	4,2881 USD	0,2896	0,2246	6,10%	1,3369

Zdroj: vlastní zpracování

Maximum drawdown činí 0,2246, což znamená, že maximální ztráta z historického maxima až ke dnu je ve výši 22,46%. Hodnota Sharpeho poměru u této strategie je 0,2896 a Rachevova poměru je 1,3369, kde za α i β se vždy dosazuje hodnota 5 %. Stejná hladina významnosti se dosazuje i při výpočtu ukazatele VaR, který je v tomto případě ve výši 0,0610, což znamená, že na hladině spolehlivosti 95 % nebude hodnota ztráty vyšší než 6,10 %.

4.3 Optimalizace portfolia pomocí Markowitzova modelu

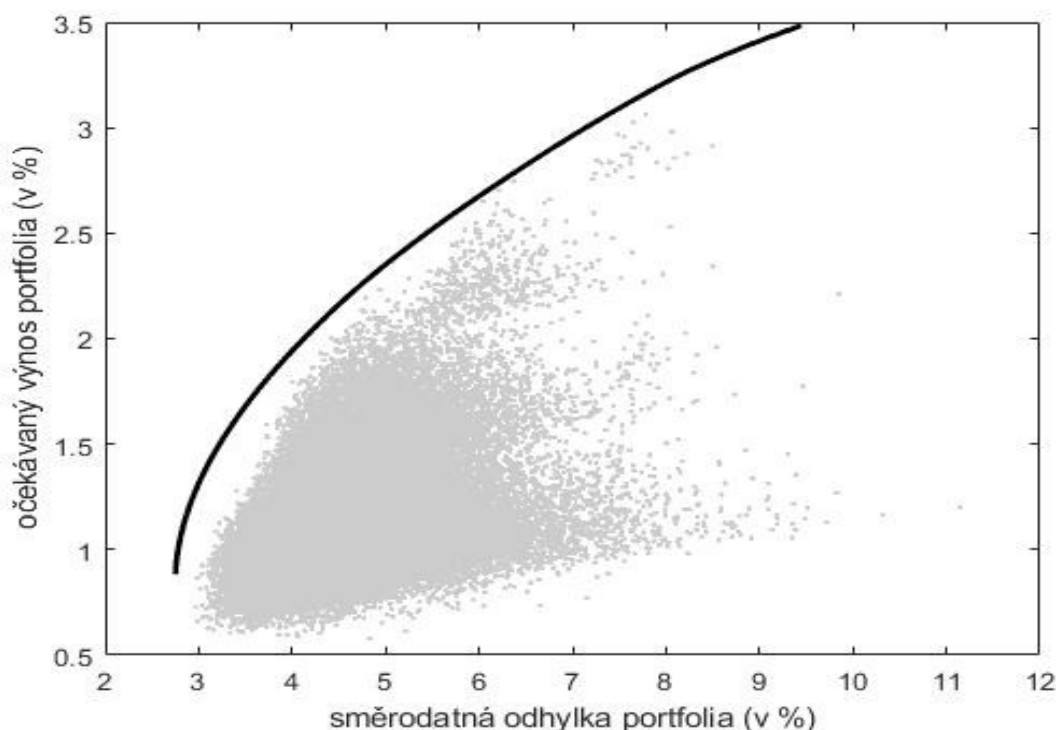
Prvním krokem optimalizace portfolia je nalezení přípustné množiny portfolií a následně efektivní množiny portfolií. Podle kritérií optimalizace je následně vybráno optimální portfolio. K nalezení a vykreslení efektivní množiny byl opět použit program Matlab. Po nalezení efektivní množiny se pokračuje v optimalizaci s provedením backtestingu.

4.3.1 Efektivní množina

U mean-variance modelu je možné vypočítat očekávaný výnos a směrodatnou odchylku každého možného portfolia. Jak již bylo zmíněno, ze všech přípustných portfolií je možné nalézt optimální portfolio z efektivní množiny podle různých způsobů optimalizace.

Očekávaný výnos portfolia se vypočítá dle rovnice (3.5). Po výpočtu očekávaných návratností a rozptylu portfolií s různými váhami lze získat možná portfolia. V Graf 4.7 jsou znázorněna možná realizovatelná portfolia s použitím historických cen akcií za 182 měsíců. Na vertikální ose se zaznamenává očekávaný výnos portfolia v procentech a na horizontální ose se zaznačuje směrodatná odchylka portfolia v procentech. Každý bod představuje portfolio tvořené maximálně 29 akciemi, interval každého portfolia je pak 0,25.

Graf 4.7 Efektivní množina pomocí mean-variance modelu



Zdroj: vlastní zpracování

Aby se našlo optimální portfolio pomocí Markowitzova modelu, musí se nejprve najít efektivní hranice. Portfolia na efektivní hranici mají největší očekávaný výnos z možných dalších portfolií se stejnou hodnotou rozptylu. Současně tyto efektivní portfolia mají nejmenší riziko z ostatních portfolií se stejnou mírou očekávaného výnosu.

4.3.2 Backtesting Markowitzova modelu s malou hodnotou k

Aby se mohl provést backtesting v Markowitzově modelu, použije se užitková teorie, zmíněná v podkapitole 3.3.4, k určení optimálního portfolia. Samotný backtesting začíná 1. září 2008 a předpokládá se, že výnos akcií v následujícím měsíci je neznámý. Podle použití užitkové funkce (3.20), kde se zvolí hodnota parametru k , se získají váhy jednotlivých akcií na základě předchozích 60 měsíčních výnosů akcií.

Pro parametr k byly zvoleny hodnoty od 0 do 4, které představují postoj investora k riziku. V případě, že $k = 0$, je za optimální portfolio považováno portfolio s maximálním výnosem. Když se $k \rightarrow \infty$, optimální portfolio se blíží k portfoliu s minimálním rizikem (rozptylem). K různým hodnotám k se přiřazují různé body na efektivní množině.

Sestavené portfolio se následně investuje podle zjištěných vah, a tím se získá hodnota majetku portfolia v 61. měsíci. Tento postup se použije k výpočtu nových vah v následujícím měsíci na základě předcházejících 60 měsíců a rovněž se zjistí výnos a následná hodnota portfolia. Totéž se provádí až do konce investičního horizontu. Pomocí programu Matlab se celý postup vypočítá spuštěním programu, který je zapsaný v Příloha č. 5. Zjištěné výnosy plynoucí z držby portfolia a hodnotu portfolia pro každé předdefinované k od 1. září 2008 do 1. října 2018 je možné vidět v Tabulka 4.7.

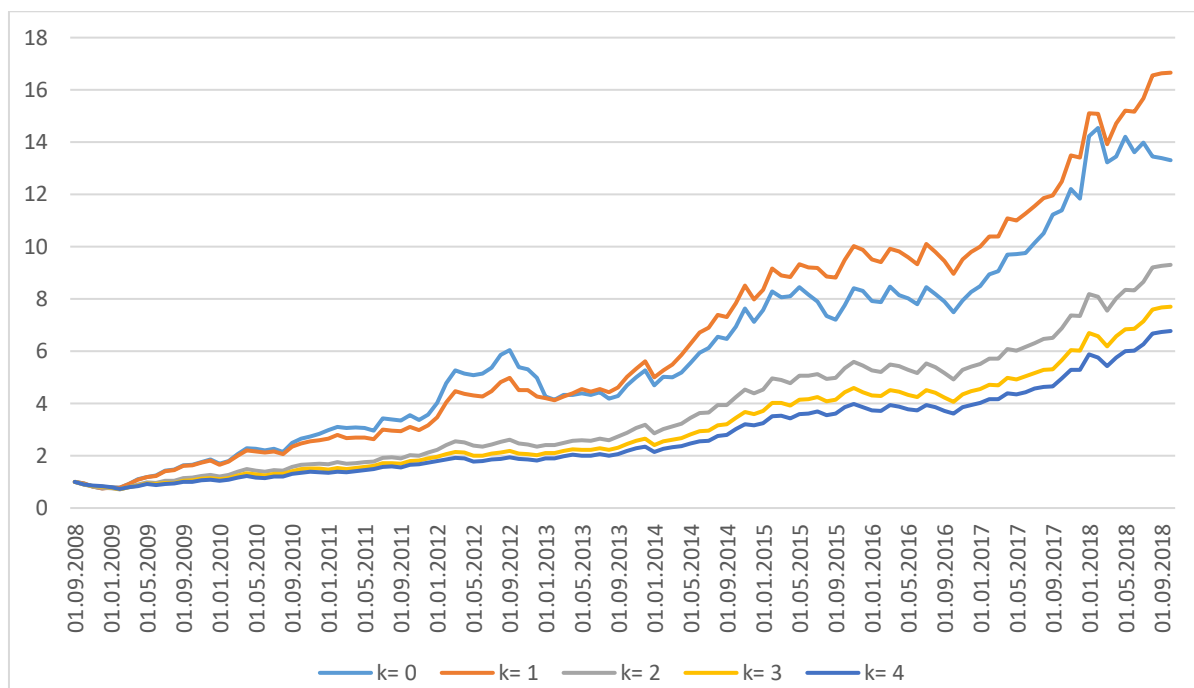
Tabulka 4.7 Výnos a hodnota portfolia Markowitzovou metodou s malou hodnotou k

	$k=0$		$k=1$		$k=2$		$k=3$		$k=4$	
Datum	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota
01.09.2008	...	1	...	1	...	1	...	1	...	1
01.10.2008	-5,34%	0,9466	-5,82%	0,9418	-9,05%	0,9095	-10,00%	0,9000	-10,24%	0,8976
01.11.2008	-13,87%	0,8153	-13,62%	0,8135	-10,76%	0,8117	-7,23%	0,8349	-4,89%	0,8537
...
01.10.2009	1,70%	1,6585	1,70%	1,6361	0,79%	1,1563	0,90%	1,0617	1,07%	1,0034
...
01.09.2011	-0,91%	3,3549	-1,14%	2,9327	-1,63%	1,9081	-1,60%	1,6983	-1,35%	1,5627
01.10.2011	6,15%	3,5613	6,07%	3,1106	6,33%	2,0288	6,23%	1,8041	6,18%	1,6593
...
01.03.2013	4,52%	4,3220	3,47%	4,2759	3,82%	2,4941	3,94%	2,1789	4,08%	1,9787
...
01.03.2016	7,50%	8,4642	5,46%	9,9184	5,32%	5,4915	5,45%	4,5113	5,68%	3,9356
01.04.2016	-3,87%	8,1368	-1,08%	9,8111	-1,04%	5,4346	-1,46%	4,4456	-1,39%	3,8810
...
01.08.2017	3,70%	10,5126	2,64%	11,8495	2,57%	6,4660	2,12%	5,2838	1,49%	4,6363
...
01.09.2018	-0,48%	13,3909	0,45%	16,6320	0,78%	9,2699	0,90%	7,6691	0,97%	6,7413
01.10.2018	-0,64%	13,3049	0,16%	16,6590	0,38%	9,3047	0,45%	7,7033	0,48%	6,7738

Zdroj: vlastní zpracování

Na konci investičního období je největší hodnota portfolia u druhé strategie, kde za k je dosazená hodnota 1. Výsledná hodnota investice je 16,6590 USD. Při postupném navyšování hodnoty k dochází ke snižování konečné hodnoty portfolia, což je patrné i z následujícího grafu, kde mají křivky vývoje velice podobný tvar, pouze se nachází v jiných úrovních. Rozdílný je jen vývoj u strategie s hodnotou $k = 0$ na konci sledovaného období. Konečná hodnota portfolia je ve výši 13,3049 a křivka vývoje se ke konci nepodobá ostatním křivkám, jelikož došlo k mírnému poklesu hodnoty. Všechny strategie ovšem vykazují kladný měsíční průměrný výnos v investičním období.

Graf 4.8 Hodnota portfolia Markowitzovou metodou s malou hodnotou k



Zdroj: vlastní zpracování

Aby mohlo být porovnáno bohatství, jsou aplikovány různé hodnoty k . Z Graf 4.8 lze zjistit, že nejnižší bohatství je, když $k = 4$, což již bylo zmíněno. Důvodem je největší míra averze investora k riziku vyjádřená právě hodnotou k . U všech 5 křivek je zprvu patrný mírný pokles po zbytek trvání finanční krize v letech 2008 až 2009. Začátkem roku 2012 byl u prvních 2 portfolií patrný nárůst díky nárůstu kurzů u vybraných akcií, které měly v portfoliu nejvyšší zastoupení. V případě, že hodnota k je v intervalu od 2 do 4, je z křivek ze začátku patrný pouze velice mírný nárůst hodnoty portfolia. Na konci je růst již větší, což může být způsobeno konjunkturou světové ekonomiky.

Tabulka 4.8 Ukazatele výkonnosti portfolia Markowitzovou metodou s malou hodnotou k

	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
Konečná hodnota portfolia	13,3049	16,6590	9,3047	7,7033	6,7738
Očekávaný výnos portfolia	2,38%	2,52%	1,97%	1,79%	1,67%
Směrodatná odchylka portfolia	6,72%	5,89%	4,62%	4,22%	3,98%
Maximum drawdown	0,3166	0,2508	0,2849	0,2797	0,2711
Sharpeho poměr	0,2388	0,2888	0,2725	0,2650	0,2577
VaR	6,79 %	5,40%	4,58%	4,09%	3,78%
Rachevův poměr	1,6304	1,6834	1,3776	1,2940	1,1945

Zdroj: vlastní zpracování

Z Tabulka 4.8 lze porovnat ukazatele výkonnosti portfolia s dosazením různých hodnot k , které představují numericky vyjádřené odlišné postoje investora k riziku. Když se za k dosadí do vzorce 0, maximum drawdown je ve výši 0,3166. To je největší maximum drawdown mezi těmito 5 portfolii, a taktéž u této strategie je patrný nejmenší Sharpeho poměr, čili průměrný výnos aktiva nad bezrizikovou sazbu, který je 0,2888, takže v tomto případě je viditelná nejhorší výkonnost portfolia. Když by se investor řídil strategií $k = 1$, získá při nejvyšším očekávaném měsíčním výnosu nejmenší hodnotu ukazatele maximum drawdown a největší hodnotu Sharpeho poměru, který je 0,2888. Je možné konstatovat, že tato strategie je ze zjištěných strategií nejlepší na základě analyzovaných ukazatelů v Tabulka 4.8, a to rovněž z důvodu, že směrodatná odchylka je nižší než u strategie s $k = 0$.

S vývojem konečné hodnoty portfolia dle různých strategií je spojen i očekávaný výnos portfolia, kdy tyto hodnoty spolu velice souvisí. Pořadí očekávaného výnosu od nejvyšší hodnoty k nejnižší je totožné s pořadím u hodnoty portfolia. Hodnota měsíčního výnosu u nejlepší strategie, když $k = 1$, je 2,52 %, na druhou stranu nejnižší výnos je ve výši 1,67 %. Co se týče směrodatné odchylky, patrný je trend, kdy při dosazení vyšší k hodnoty, je hodnota směrodatné odchylky nižší. U prvního portfolia je směrodatná odchylka ve výši 6,72 % a klesá až k hodnotě 3,98 %. Se strategií s největším výnosem není spojená nejvyšší směrodatná odchylka a VaR.

4.3.3 Backtesting Markowitzovy strategie s minimálním rozptylem

Principem této strategie je zaměření se pouze na minimalizaci rizika portfolia. Investor tím pádem sestavuje portfolio s minimální hodnotou rozptylu, což je typické pro rizikově averzní investory. Pro výpočet se aplikuje postup z Příloha č. 6 a výpočty jsou opět provedeny v programu Matlab. Postup je popsán v kapitole 3.5. Při aplikaci se volí vysoká hodnota parametru k v účelové funkci, jelikož se předpokládá vysoká averze k riziku. V této práci je za k zvolená hodnota 1 milion pro výpočet vah akciového portfolia. Výsledky měsíčních výnosů a hodnot portfolia jsou pro ukázkou zaznamenány v následující tabulce.

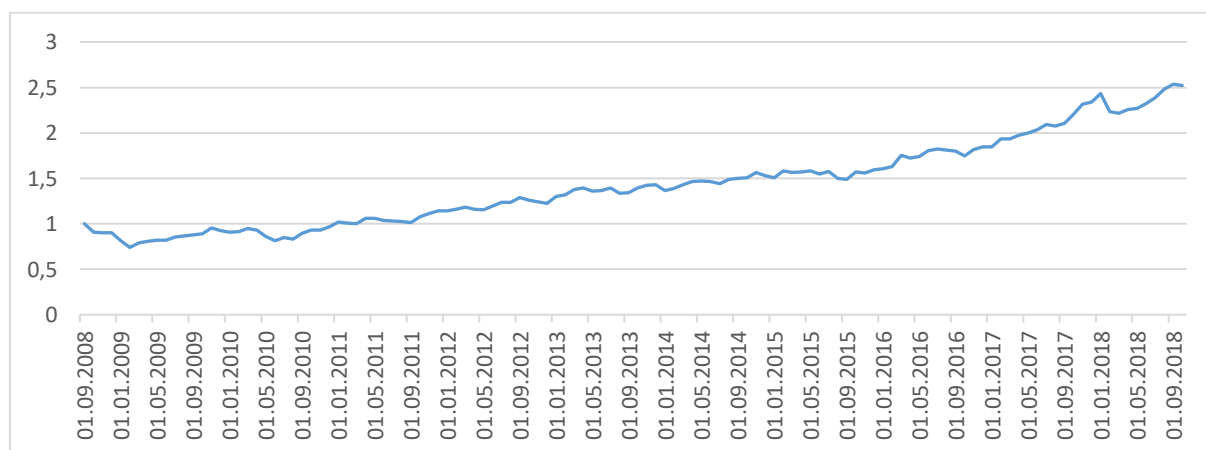
Tabulka 4.9 Výnos portfolia a hodnota portfolia v Markowitzově strategii minimálního rozptylu

Datum	Výnos portfolia	Hodnota portfolia	Datum	Výnos portfolia	Hodnota portfolia
01.09.2008	...	1	01.01.2015	-1,36%	1,5059
01.10.2008	-9,27%	0,9073
...	01.05.2015	0,80%	1,5828
01.01.2009	-9,64%	0,8158
01.02.2009	-9,33%	0,7397	01.09.2015	-0,82%	1,4856
...
01.06.2009	-0,52%	0,8179	01.03.2016	7,75%	1,7540
01.07.2009	4,26%	0,8527
...	01.02.2017	4,51%	1,9317
01.09.2010	7,22%	0,8941	01.03.2017	0,23%	1,9361
01.10.2010	4,39%	0,9333	01.04.2017	1,98%	1,9745
...	01.05.2017	1,09%	1,9960
01.10.2011	6,29%	1,0788
...	01.09.2018	2,35%	2,5353
01.03.2014	3,11%	1,4319	01.10.2018	-0,62%	2,5159

Zdroj: vlastní zpracování

Při této strategii lze z předchozí tabulky vypočítat, že nejnižší hodnota portfolia v investičním období je 0,7397 v únoru 2009 a největší hodnota majetku je dosažena v září 2018, kdy je hodnota 2,5353. Nejnižší hodnota očekávaného výnosu portfolia je v lednu 2009, kdy byla finanční krize, ve výši -9,64 %. V březnu 2016 je možno vidět největší hodnotu měsíčního výnosu ve výši 7,75 %, což je ovšem v absolutní hodnotě nižší číslo, než jaká byla největší ztráta.

Graf 4.9 Vývoj hodnoty portfolia v Markowitzově strategii minimálního rozptylu



Zdroj: vlastní zpracování

Křivka vývoje hodnoty portfolia vykreslená v předešlém grafu má na počátku investičního období klesající tendenci k nejnižší hodnotě 0,7397 USD v únoru 2009. Jistou roli v tomto poklesu zaujímá doznívající finanční krize, která se do jisté míry podílí na dlouhé době návratu hodnoty k prvotní investici. Od tohoto okamžiku je již patrný rostoucí trend až k maximální hodnotě 2,5353 USD v předposledním sledovaném měsíci. Na konci křivky je viditelný pokles hodnoty a opětovný nárůst na předcházející úroveň.

Veškeré výkonnostní ukazatele jsou sumarizovány opět v samostatné tabulce.

Tabulka 4.10 Ukazatele výkonnosti portfolia v Markowitzově strategii minimálního rozptylu

Očekávaný výnos portfolia	Směrodatná odchylka	Končená hodnota portfolia	Sharpeho poměr	Maximum drawdown	VaR	Rachevův poměr
0,82 %	3,33 %	2,5159 USD	0,1065	0,2603	4,51%	0,8398

Zdroj: vlastní zpracování

Smyslem této strategie je vyvarovat se podstupovanému riziku, čemuž odpovídá výše směrodatné odchylky portfolia (3,33 %) i hodnoty VaR (4,51 %). S nízkým rizikem je spojený adekvátně nízký výnos ve výši 0,82 %, což je potvrzeno i hodnotou Sharpeho poměru, ve výši 0,1065. Hodnota Rachevova poměru je pod hranicí 1, což značí těžší levé konce u výnosů.

4.4 Optimalizace portfolia Bayesovskou strategií

Další strategií optimalizace portfolia je Bayesovská strategie alokace akciového portfolia, která se používá ke snížení chyby v mean-variance optimalizaci portfolia. Použije se speciální odhad v rovnici (3.21) pro výpočet Bayesovského očekávaného výnosu u vybraných akcií a takto získané výnosy se použijí pro odhady rovnice (3.22) a pro výpočet Bayesovské kovarianční matice zapsané pomocí rovnice (3.23). Pro odhad optimálních portfolií se získané hodnoty aplikují do účelové funkce zapsané v rovnici (3.25). Ve výpočtech se používají taktéž různé hodnoty k pro odhad portfolií v závislosti na averzi investora k riziku.

4.4.1 Backtesting Bayesovské strategie s malou hodnotou k

Pro výpočet optimálních portfolií podle užtkové funkce (3.25) se použije nový očekávaný výnos a kovarianční matice dle Bayesovské strategie. Hodnoty parametru k jsou v této podkapitole opět v intervalu od 0 do 4 dle postoje k riziku. Doba backtestingu je totožná

jako u modelu podle Markowitze. Spuštění postupu obsaženého v Příloha č. 7 v programu Matlab se získá očekávaný výnos a hodnota portfolia pomocí Bayesovské strategie.

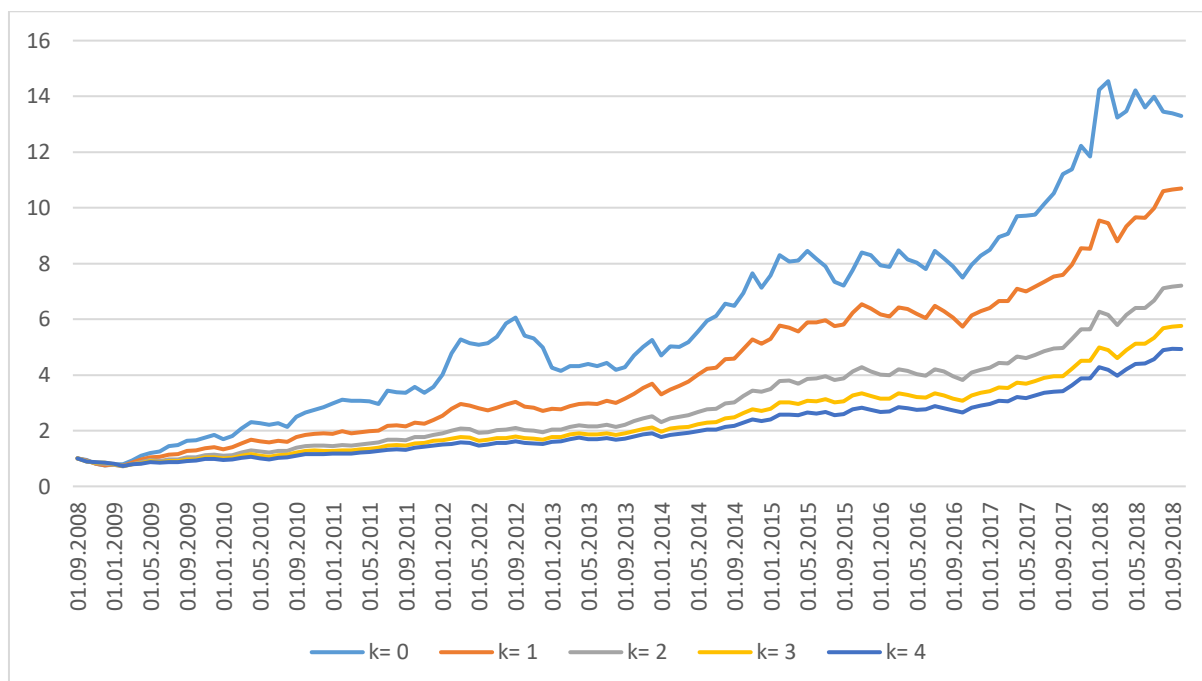
Tabulka 4.11 Očekávaný výnos a hodnota portfolia podle Bayesovské strategie s malou hodnotou k

Datum	$k=0$		$k=1$		$k=2$		$k=3$		$k=4$	
	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota
01.09.2008	...	1	...	1	...	1	...	1	...	1
01.10.2008	-5,34%	0,9466	-7,90%	0,9210	-9,97%	0,9003	-10,23%	0,8977	-10,43%	0,8957
...
01.02.2009	-0,91%	0,7858	-3,70%	0,7381	-7,09%	0,7193	-8,32%	0,7316	-9,23%	0,7306
...
01.04.2010	11,10%	2,2971	8,12%	1,6688	6,58%	1,2978	4,79%	1,1502	3,48%	1,0594
...
01.07.2011	16,33%	3,4355	8,81%	2,1761	5,83%	1,6694	4,89%	1,4629	4,26%	1,3177
...
01.01.2013	-14,41%	4,2669	2,78%	2,7867	4,95%	2,0432	5,60%	1,7695	5,94%	1,6055
...
01.05.2015	4,10%	8,4437	5,70%	5,8864	4,66%	3,8591	3,99%	3,0796	3,66%	2,6447
...
01.08.2016	-2,98%	8,1929	-2,98%	6,2930	-2,20%	4,1161	-2,26%	3,2644	-2,42%	2,8085
...
01.01.2018	20,16%	14,2287	11,86%	9,5338	11,17%	6,2664	10,86%	4,9895	10,44%	4,2792
...
01.09.2018	-0,48%	13,3909	0,68%	10,6596	0,90%	7,1722	1,01%	5,7348	1,08%	4,9379
01.10.2018	-0,64%	13,3049	0,31%	10,6930	0,45%	7,2045	0,43%	5,7595	-0,11%	4,9323

Zdroj: vlastní zpracování

Během období backtestingu se při Bayesovské strategii s malými hodnotami k v intervalu od 0 do 4 pohybují hodnoty portfolia mezi 0,7193 až 14,5435 USD. Průměrný měsíční výnos se pak pohybuje v intervalu od -14,41 % do 20,16 %, kdy tyto hraniční body jsou u první strategie, u níž je $k = 0$.

Graf 4.10 Vývoj hodnoty portfolia podle Bayesovské strategie s malou hodnotou k



Zdroj: vlastní zpracování

Z pohledu na graf lze konstatovat, že od začátku investičního období byla hodnota majetku největší (13,3049) u portfolia s hodnotou k ve výši 0. Ze začátku druhou nejlepší křivkou je model s dosazenou hodnotou k ve výši 1 a dále je vývoj hodnoty seřazen sestupně s nárůstem averze k riziku. Konečná hodnota portfolia, kdy $k = 1$, je ve výši 10,6930. U všech strategií lze říci, že křivky se sobě navzájem velice podobají až na mírné odchylky u nejlepší strategie.

Tabulka 4.12 Ukazatele výkonnosti portfolia podle Bayesovské strategie s malou hodnotou k

	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
Konečná hodnota portfolia	13,3049	10,6930	7,2045	5,7595	4,9323
Očekávaný výnos portfolia	2,38%	2,09%	1,73%	1,53%	1,39%
Směrodatná odchylka portfolia	6,72%	4,83%	4,13%	3,80%	3,64%
Maximum drawdown	0,3166	0,2619	0,2807	0,2684	0,2694
Sharpeho poměr	0,2388	0,2812	0,2598	0,2404	0,2217
VaR	8,81%	5,78%	5,85%	5,29%	5,25%
Rachevův poměr	1,5592	1,3909	1,1458	1,0632	1,0016

Zdroj: vlastní zpracování

Protože Bayesovská strategie je vylepšenou metodou Markowitzova modelu, je přípustné porovnat výsledky z Tabulka 4.12 s Tabulka 4.8. Když se srovnají největší měsíční výnosy, tak u portfolia Markowitzova modelu, kde jsou dosazeny totožné hodnoty k , je možné vypočítat

hodnotu 20,16 % když $k = 0$ a nejmenší měsíční výnos portfolia je -14,41 %, opět když $k = 0$. Největší a nejmenší měsíční výnos portfolia v případě Bayesovské strategie je totožný jako u předchozího modelu. Rozdílné jsou pak výsledné hodnoty portfolia u strategií s $k > 0$, kdy u Bayesovské strategie jsou nižší.

U směrodatné odchylky lze vidět, že při dosazení 0 za k , jsou hodnoty u obou strategií totožné a u jiných hodnot jsou v případě Markowitzova modelu vyšší. V případě ukazatele maximum drawdown je opět u dosazení 0 za k hodnota stejná u obou strategií, jelikož Bayesovská strategie vychází z Markowitzova modelu. Když $k = 1$, tak u Bayesovské strategie je hodnota ukazatele maximum drawdown nižší a ve všech zbylých případech je tomu přesně naopak. Totožná situace je vidět u Markowitzova modelu. Hodnoty VaR v případě Bayesovské strategie jsou ve všech případech vyšší než u Markowitzova modelu, což značí, že možná ztráta může být u Bayesovské strategie vyšší.

Ačkoli Bayesovská strategie je vylepšenou metodou Markowitzova modelu, výsledky Bayesovské strategie dle výpočtu nejsou vždy lepší než Markowitzův model.

4.4.2 Backtesting Bayesovské strategie s velkou hodnotou k

Aby se lépe analyzovala Bayesovská strategie, byly zvoleny za parametr k ještě větší hodnoty, a to mocniny čísla 5. Postup výpočtu je totožný jako v kapitole 4.4.1, tudíž spuštěním postupu, jež je obsažen v Příloha č. 8 v programu Matlab, se získají výnosy a finální majetek portfolií.

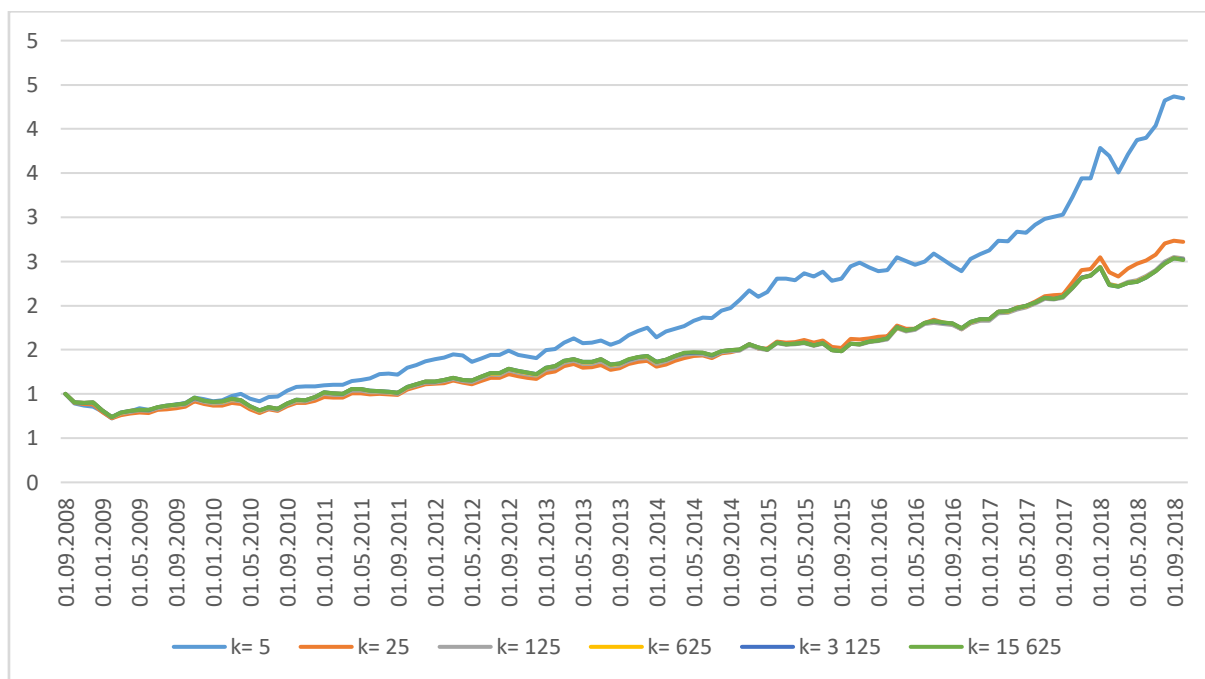
Tabulka 4.13 Očekávaný výnos a hodnota portfolia pomocí Bayesovské strategie s velkou hodnotou k

Datum	$k = 5$		$k = 25$		$k = 125$		$k = 625$		$k = 3\,125$		$k = 15\,625$	
	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota
01.09.2008	...	1	...	1	...	1	...	1	...	1	...	1
01.10.2008	-10,58%	0,8942	-10,34%	0,8966	-9,61%	0,9039	-9,31%	0,9069	-9,28%	0,9072	-9,28%	0,9072
...
01.07.2009	3,47%	0,8467	4,12%	0,8190	4,19%	0,8418	4,25%	0,8509	4,26%	0,8524	4,26%	0,8527
...
01.09.2010	6,80%	1,0377	6,23%	0,8621	6,99%	0,8810	7,17%	0,8918	7,21%	0,8936	7,22%	0,8940
...
01.07.2011	3,77%	1,2231	0,33%	1,0006	-0,25%	1,0187	-0,37%	1,0303	-0,40%	1,0320	-0,40%	1,0323
...
01.05.2012	-4,63%	1,3671	-1,64%	1,1125	-0,86%	1,1371	-0,70%	1,1508	-0,67%	1,1529	-0,66%	1,1533
...
01.06.2014	1,91%	1,8653	0,40%	1,4369	-0,09%	1,4509	-0,19%	1,4646	-0,22%	1,4664	-0,22%	1,4667
...
01.08.2015	-4,25%	2,2831	-4,65%	1,5312	-4,81%	1,4944	-4,84%	1,4982	-4,85%	1,4980	-4,85%	1,4979
01.09.2015	0,89%	2,3034	-0,79%	1,5192	-0,82%	1,4821	-0,82%	1,4858	-0,82%	1,4856	-0,82%	1,4856
...
01.03.2016	6,02%	2,5487	7,13%	1,7735	7,63%	1,7433	7,73%	1,7531	7,75%	1,7538	7,75%	1,7539
...
01.09.2018	1,08%	4,3683	1,19%	2,7352	2,14%	2,5499	2,31%	2,5411	2,34%	2,5365	2,35%	2,5355
01.10.2018	-0,46%	4,3481	-0,52%	2,7210	-0,60%	2,5346	-0,62%	2,5254	-0,62%	2,5208	-0,62%	2,5198

Zdroj: Vlastní zpracování

Z Tabulka 4.13 lze vyčíst, že nejnižší výnos portfolia je hned v prvním sledovaném období, kdy se za k dosadí číslo 5, a to ve výši -10,58 %. Když docházelo k nárůstu kurzů, tak nejvyšší možný výnos portfolia pomocí této strategie byl 14,53 % v případě, že se $k = 5$. S postupným dosazováním vyšší k - hodnoty se interval, ve kterém se pohybovaly měsíční výnosy portfolií snižoval. Co se týče hodnoty portfolia, tak u všech portfolií se hodnoty pohybují v intervalu od 0,7243 do 5,2333 USD, které se nachází taktéž, když se $k = 5$, což znamená, že interval s hodnotami je největší.

Graf 4.11 Vývoj hodnoty portfolia pomocí Bayesovské strategie s velkou hodnotou k



Zdroj: vlastní zpracování

Z Graf 4.11 je patrné, že čím je vyšší hodnota k , tím je křivka vývoje hodnoty portfolia podobnější. Ke konci prvního čtvrtletí roku 2010 jsou všechny křivky přibližně totožné. Od tohoto okamžiku se křivka strategie s hodnotou k ve výši 5 začíná oddělovat od zbylých a hodnota portfolia je vyšší. Lze konstatovat, že když $k > 5$, jsou křivky téměř identické. Nejmarkantnější rozdíl je ke konci investičního období, kdy se začala taktéž mírně oddělovat i křivka strategie s $k = 25$.

Tabulka 4.14 Ukazatele výkonnosti portfolia pomocí Bayesovské strategie s velkou hodnotou k

	$k = 5$	$k = 25$	$k = 125$	$k = 625$	$k = 3\,125$	$k = 15\,625$
Konečná hodnota portfolia	4,3481	2,7210	2,5346	2,5254	2,5208	2,5198
Očekávaný výnos portfolia	1,29%	0,89%	0,83%	0,82%	0,82%	0,82%
Směrodatná odchylka portfolia	3,57%	3,33%	3,33%	3,33%	3,33%	3,33%
Maximum drawdown	0,2757	0,2744	0,2637	0,2606	0,2604	0,2604
Sharpeho poměr	0,2026	0,1218	0,1078	0,1070	0,1066	0,1065
VaR	3,43%	4,19%	3,98%	3,78%	3,74%	3,74%
Rachevův poměr	1,0677	0,8736	0,8289	0,8375	0,8394	0,8397

Zdroj: vlastní zpracování

Čím je vyšší k hodnota, tím je viditelnější pokles konečné hodnoty portfolia, očekávaného měsíčního výnosu, ukazatele maximum drawdown i Sharpeho poměru, ovšem s postupným navyšováním jsou rozdíly minimální. U ukazatele VaR je nejvyšší hodnota 4,19%, když $k = 25$.

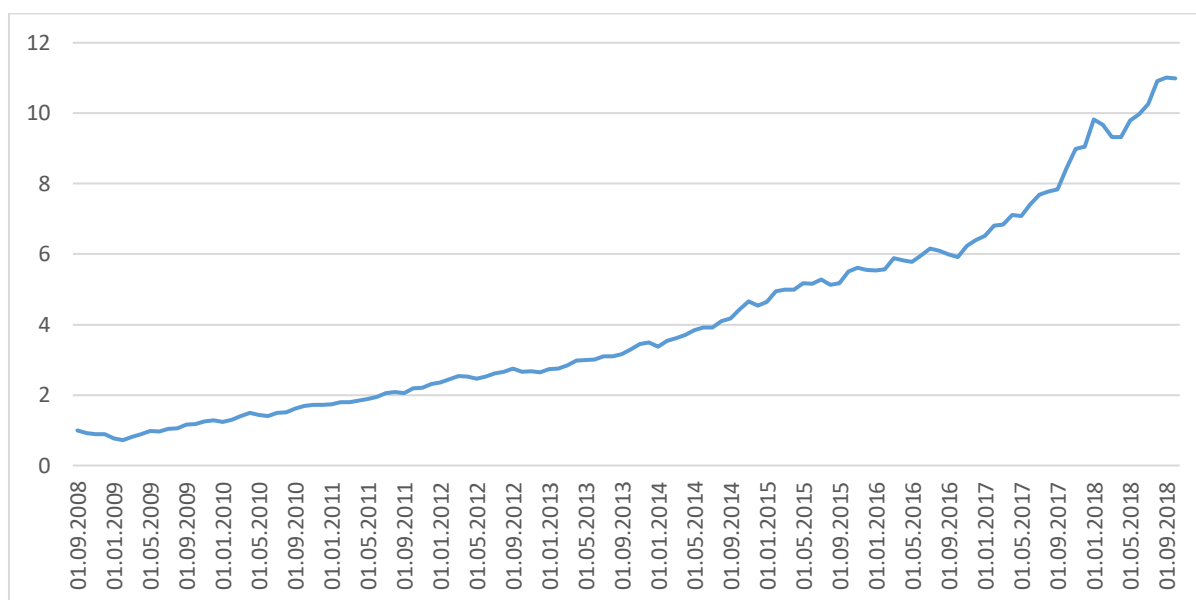
Hodnoty Rachevova poměru nejsou blízké 1, kromě prvního případu, tudíž u výnosů není patrné normální rozdělení.

4.5 Strategie maximalizace Sharpeho poměru

Další možnost optimalizace portfolia je pomocí strategie maximalizace ukazatele Sharpeho poměru u mean-variance modelu. Po aplikaci postupu uvedeného v Příloha č. 10 se vypočítá složení optimálního portfolia v jednotlivých měsících počínaje 8/2018 opět na základě 5leté historické časové řady akciových kurzů. Investiční časový horizont je obvyklých 10 let.

Pro dosažení do vzorce je nutné taktéž znát bezrizikovou sazbu, za což byly zvoleny přepočtené měsíční hodnoty U.S. 10 Year Treasury. Ze zjištěných měsíčních výnosů portfolia byl vytvořen graf vývoje majetku v průběhu investice.

Graf 4.12 Vývoj hodnoty majetku pomocí strategie maximalizace Sharpeho poměru



Zdroj: vlastní zpracování

Při pohledu na graf vývoje majetku portfolia metodou maximalizace Sharpeho poměru v předem definovaných časových horizontech lze říci, že majetek se vyvíjí zprvu mírně klesajícím směrem, ale od začátku roku 2009 se trend křivky mění na rostoucí. Nelze tudíž konstatovat, že by finanční krize způsobila rapidní propad portfolia, ale samozřejmě vliv

na vývoj portfolia je patrný. Vývoj majetku se podobá exponenciálnímu trendu s větší volatilitou na konci období.

Ke srovnání byly vypočteny rovněž charakteristiky portfolia a ukazatele výkonnosti, které jsou zaznamenány v následující tabulce.

Tabulka 4.15 Ukazatele výkonnosti portfolia pomocí strategie maximalizace Sharpeho poměru

Očekávaný výnos	Směrodatná odchylka	Konečná hodnota portfolia	Sharpeho poměr	Maximum drawdown	VaR	Rachevův poměr
2,07%	3,73%	10,9942 USD	0,4857	0,2798	3,61%	1,3896

Zdroj: vlastní zpracování

Konečná hodnota majetku portfolia po 10 letech investování je 10,9942 USD, čemuž odpovídá průměrný měsíční očekávaný výnos ve výši 2,07 % a z toho vyplývající vyšší hodnota Sharpeho poměru, konkrétně 0,4857, když se tato optimalizace zaměřuje na SR. Vyšší hodnota výnosů koreluje s vyšším rizikem, které je opět vyjádřeno průměrnou měsíční směrodatnou odchylkou ve výši 3,73 % a VaR ve výši 3,61 %. Rachevův poměr je pak větší než 1, což znamená, že měsíční výnosy jsou spíše sešikmené vlevo.

4.6 Backtesting CVaR modelu

CVaR hodnota je metoda měření rizika založená na základě VaR. V této podkapitole se aplikuje CVaR model na stejné portfolio akcií a opět se zjistí konečná hodnota portfolia a výsledné ukazatele výkonnosti pro různé hodnoty k , kdy byly znovu dosazeny hodnoty od 0 do 4. Když se $k = 0$, tak je investor neutrální k riziku a pomocí účelové funkce se maximalizuje očekávaný výnos portfolia. Když $k > 0$, tak investor zaujímá averzi k riziku. Pro backtesting byl použit totožný princip, jako u předchozích modelů, a samotný postup je zapsán v Příloha č. 9. Vývoj hodnot portfolia pro různé k je v následující Tabulka 4.16 a Graf 4.13.

Tabulka 4.16 Očekávaný výnos a hodnota portfolia backtestingem CVaR modelu

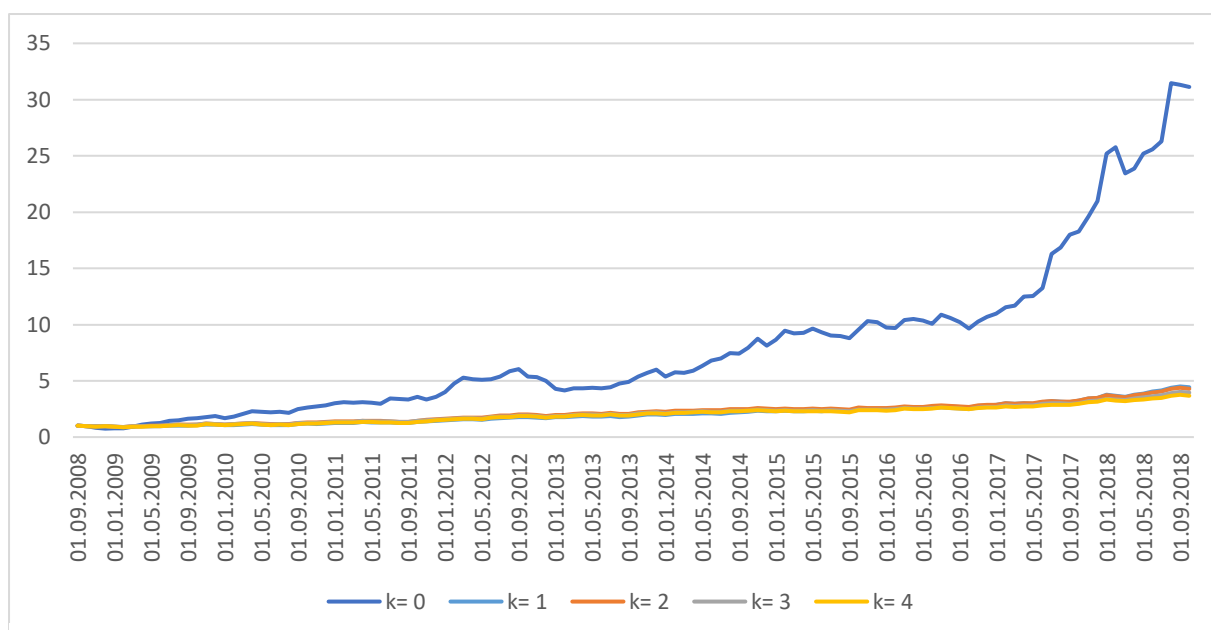
Datum	k= 0		k= 1		k= 2		k= 3		k= 4	
	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota	Výnos	Hodnota
01.09.2008		1		1		1		1		1
01.10.2008	-5,34%	0,9466	-7,23%	0,9495	-7,19%	0,9492	-7,38%	0,9483	-7,44%	0,9470
01.11.2008	-13,87%	0,8153	0,06%	0,9515	-0,90%	0,9522	-0,89%	0,9525	-0,51%	0,9456
01.12.2008	-7,90%	0,7509	0,78%	0,9806	0,68%	0,9865	0,57%	0,9897	-0,09%	0,9563
01.01.2009	5,60%	0,7930	-6,53%	0,9381	-7,54%	0,9412	-7,64%	0,9444	-7,72%	0,9122
01.02.2009	-0,91%	0,7858	-3,75%	0,8858	-4,48%	0,8948	-4,51%	0,8973	-4,38%	0,8670
...
01.11.2009	6,05%	1,7588	7,82%	1,1329	8,06%	1,1878	8,01%	1,1866	8,03%	1,1377
...
01.07.2011	16,33%	3,4355	0,74%	1,3105	0,05%	1,4185	0,04%	1,3850	0,02%	1,3197
...
01.10.2014	7,20%	7,9298	2,98%	2,2693	1,61%	2,5091	-0,22%	2,3540	-0,53%	2,3293
...
01.08.2015	95,49%	17,6286	9,51%	2,4991	4,25%	2,6088	0,31%	2,3818	2,46%	2,3144
01.09.2015	-45,40%	9,6243	-1,68%	2,4530	-1,75%	2,5563	-1,59%	2,3339	-1,78%	2,2706
...
01.12.2016	3,30%	8,7870	1,62%	3,2435	1,33%	3,2915	1,41%	3,0339	1,31%	2,9275
...
01.01.2018	20,16%	15,7156	4,20%	4,5919	4,11%	4,5929	4,09%	4,1433	3,98%	4,0554
...
01.09.2018	3,32%	22,1289	1,61%	5,2230	1,59%	5,2541	1,66%	4,7119	1,82%	4,6427
01.10.2018	-0,64%	21,9868	-0,17%	5,1877	-0,16%	5,2326	-0,46%	4,6850	-0,42%	4,6183

Zdroj: vlastní zpracování

Z Tabulka 4.16 je patrné, že na začátku sledovaného období je trend vývoje hodnoty portfolia klesající a nejnižší hodnota 0,7509 je v prosinci 2008, kdy $k = 0$. U zbylých portfolií, kdy $k > 0$ a postoj investora k riziku je averzní, jsou nejnižší hodnoty patrné v únoru 2009. Při pohledu na nejvyšší a nejnižší výnosy portfolia je patrný největší skok v srpnu a září 2015 v případě, že $k = 0$. Srpnový měsíční výnos je 95,49 %, ovšem hned v následujícím měsíci je pokles 45,4 %.

Při pohledu na následující graf s vývojem hodnoty portfolia je vidět, jak obrovský rozdíl nastane v případě, kdy se investor chce vyhnout riziku, a kdy zase nebere ohled na riziko, ale na maximální možný zisk z portfolia.

Graf 4.13 Vývoj hodnoty majetku pomocí backtestingu CVaR modelu



Zdroj: vlastní zpravování

Při pohledu na Graf 4.13 je vidět značný nepoměr mezi strategií, u které se za k dosadí 0, a mezi zbylými strategiemi. Ty mají v podstatě stejný tvar a v daném měřítku není patrná volatilita vývoje hodnoty, která mírně roste až k 4 USD. U první strategie je zprvu pravidelný rostoucí trend k hodnotě 10 USD k počátku roku 2017 a následně dochází k prudkému nárůstu, kdy za rok a třičtvrtě hodnota ještě 3 násobně vzrostla až za hranici 30 USD. Tento nárůst je způsoben celkovou investicí majetku portfolia, buď do akcií BA a nebo UNH, které vykazují nejvyšší výnosy na konci sledovaného období, jak již bylo zmíněno u popisů akcií. V případě zahrnutí transakčních nákladů by jistě nebylo efektivní každý měsíc obměňovat celé portfolio, a takové finální hodnoty by nebylo dosaženo.

Tabulka 4.17 Ukazatele výkonnosti portfolia podle backtestingu CVaR modelu

	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
Konečná hodnota portfolia	31,1072	4,4179	4,3000	3,9364	3,6898
Očekávaný výnos portfolia	3,11%	1,27%	1,27%	1,22%	1,17%
Směrodatná odchylka portfolia	6,97%	3,06%	3,19%	3,22%	3,23%
Maximum drawdown	0,3166	0,1142	0,1052	0,1036	0,1142
Sharpeho poměr	0,4096	0,3329	0,3112	0,2912	0,2742
VaR	8,81%	3,92%	4,48%	4,34%	4,49%
Rachevův poměr	1,6919	1,4120	1,5004	1,4435	1,4638

Zdroj: vlastní zpracování

V Tabulka 4.17 jsou zaznamenány ukazatele výkonnosti zjištěných strategií. Je jasné patrné, že jak nejvyšší výnosy, tak nejvyšší riziko je u strategie s $k = 0$. Hodnoty očekávaného výnosu a maximum drawdown jsou přibližně trojnásobné a směrodatná odchylka s VaR jsou dvojnásobné. U strategií s $k = 1$ je možné vidět, že při vyšším očekávaném výnosu než u strategií s vyšší hodnotou k , VaR a směrodatná odchylka je nižší. Z toho lze vyvodit závěr, že tato strategie je nejvýhodnější z těch, kdy $k > 0$. Rachevův poměr ve všech případech je vyšší než 1, z čehož vyplývá, že jsou u výnosů patrné těžké pravé konce. Hodnoty ukazatele maximum drawdown jsou nižší i ve srovnání s dalšími použitými modely.

4.7 Benchmark

Jelikož je cílem práce porovnat portfoliové modely s benchmarkem, tak se namodeluje rovněž i portfolio tvořené pouze indexem DJIA. Veškeré ukazatele výkonnosti portfolio byly rovněž spočteny pro index DJIA v investičním horizontu. Postup je opět zahrnut v příloze (Příloha č. 11).

Tabulka 4.18 Ukazatele výkonnosti benchmarku

Očekávaný výnos	Směrodatná odchylka	Konečná hodnota portfolio	Sharpeho poměr	Maximum drawdown	VaR	Rachevův poměr
0,82%	3,95%	2,4374 USD	0,1832	0,2426	6,03%	0,9794

Zdroj: vlastní zpracování

Když se investor rozhodne investovat v 10letém investičním horizontu pouze do indexu DJIA, tak na konci období bude hodnota investice 2,4374 USD. S poměrně nízkým průměrným měsíčním výnosem ve výši 0,82 % je spojena překvapivě vyšší hodnota směrodatné odchylky, která je 3,95 %, což se i v komparaci s některými modely může zdát příliš. Ukazatel MDD je ve výši 0,2426, a definuje maximální ztrátu od vrcholu k nejnižšímu portfolio před dosažením nového vrcholu. Poměrové ukazatele Sharpeho a Rachevův poměr vyšly 0,1832 respektive 0,9794 a hodnota VaR na 5 % hladině významnosti je 6,03 %.

4.8 Srovnání modelů

Na konci této kapitoly jsou porovnány výše použité strategie. Použity byly např. Naivní portfolio, Markowitzův model, Bayesovská strategie a model CVaR. Pro aplikované modely

se již našly optimální portfolia. V této části se porovnají ukazatele výkonnosti použitých strategií k sestavení portfolií, a určí se, která strategie je nejvhodnější pro investora v investičním období 10 let při analýze 5leté historické řady.

Při prvotním srovnání ukazatele finální hodnoty portfolia za předem zvolených podmínek je patrné, že největší konečná hodnota portfolia se dosáhne v případě investice pomocí modelu CVaR, kdy $k = 0$, a finální majetek je ve výši 31,1072 USD. Tato strategie je ovšem tvořená pro investora s neutrálním postojem k riziku, což není příliš vhodné srovnávat s ostatními strategiemi, jelikož výnos je v porovnání s dalšími strategiemi neadekvátní. Tato strategie je zahrnutá z důvodu, aby se zjistilo, jak velkého zhodnocení je možné dosáhnout v případě, že investor bude hledět pouze na výnosnost akcií, protože veškeré prostředky jsou investovány pouze do jedné akcie v daném měsíci. Druhá největší hodnota je u Markowitzova modelu s dosazenou hodnotou k ve výši 1, kdy na konci investičního období se z 1 USD dostane hodnota portfolia na 16,6590 USD. V tomto případě se uvažuje s averzí investora k riziku, přičemž toto je bližší realitě.

V opačném případě je nejnižší hodnota portfolia k nalezení u investice do benchmarku, což znamená, že pomocí veškerých použitých strategií pro různé hodnoty k je možné dosáhnout k vyšší finální hodnotě portfolia a je možné lépe zhodnotit původní investici. S minimální finální hodnotou by mělo být spojeno i nízké riziko investice, což v případě investice do DJIA je 3,95 % a hodnota VaR na hladině významnosti 5 % je 6,03 %, přičemž to nejsou nejnižší hodnoty. U Markowitzova modelu s minimálním rozptylem lze vidět druhou nejnižší finální hodnotu 2,5195 USD. Směrodatná odchylka u této strategie je 3,33 %, což je méně než u benchmarku. Větší rozdíl je patrný u ukazatele VaR, který je při totožné hladině významnosti o třetinu menší ve výši 4,51 %. Znamená to, že s 95 % hladinou spolehlivosti lze říci, že ztráta hodnoty portfolia nebude vyšší než 4,51 %.

V Tabulka 4.19 jsou zaznamenány veškeré vypočtené ukazatele výkonnosti portfolia pro všechny zvolené strategie a modely. Pořadí modelů je stanoveno dle výhodnosti pro investora.

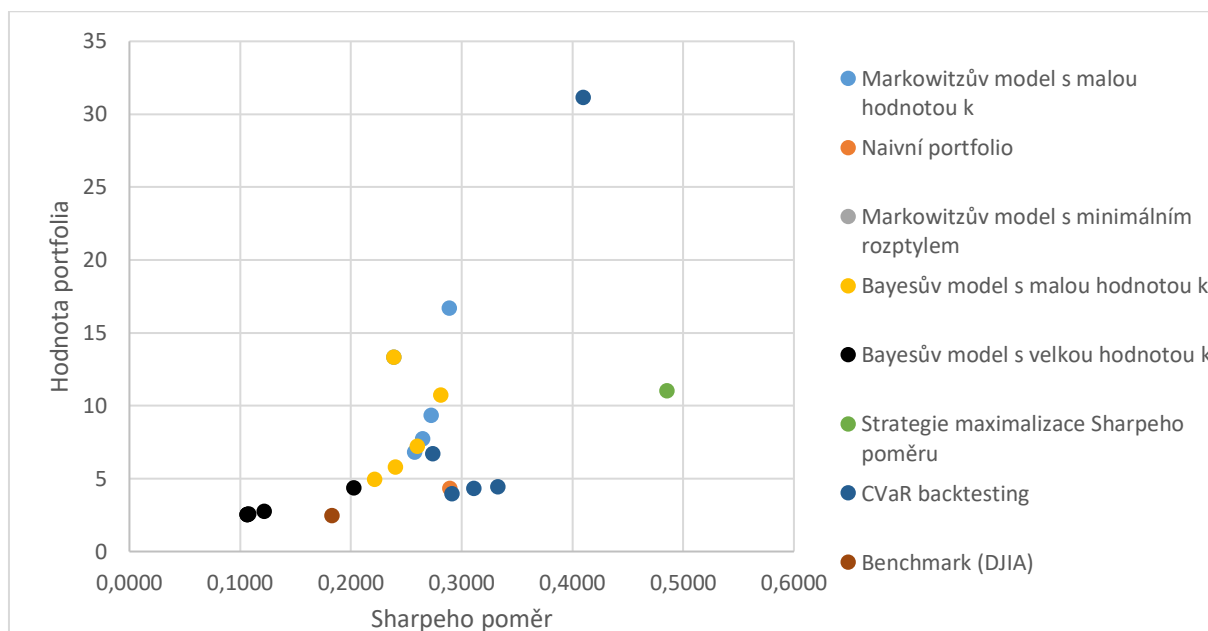
Tabulka 4.19 Srovnání ukazatelů výkonnosti portfolia dle různých strategií

Strategie	k	SR	Pořadí	MDD	Pořadí	VaR	Pořadí	RR	Pořadí
Naivní portfolio		0,2896	6.	0,2246	5.	0,0610	22.	1,3369	12.
Markowitzův model s malou hodnotou k	0	0,2388	15.	0,3166	24.	0,0679	23.	1,6304	3.
	1	0,2888	7.	0,2508	7.	0,054	18.	1,6834	2.
	2	0,2725	10.	0,2849	22.	0,0458	15.	1,3776	11.
	3	0,265	11.	0,2797	19.	0,0409	5.	1,294	13.
	4	0,2577	13.	0,2711	16.	0,0378	3.	1,1945	14.
Markowitzův model s min. rozptylem	1 mil.	0,1065	24.	0,2603	8.	0,0451	13.	0,8398	21.
Bayesovská strategie s malou hodnotou k	0	0,2388	15.	0,3166	24.	0,0881	24.	1,5592	4.
	1	0,2812	8.	0,2619	12.	0,0578	19.	1,3909	9.
	2	0,2598	12.	0,2807	21.	0,0585	20.	1,1458	15.
	3	0,2404	14.	0,2684	14.	0,0529	17.	1,0632	17.
	4	0,2217	17.	0,2694	15.	0,0525	16.	1,0016	18.
Bayesovská strategie s velkou hodnotou k	5	0,2026	18.	0,2757	18.	0,0343	1.	1,0677	16.
	25	0,1218	20.	0,2744	17.	0,0419	6.	0,8736	20.
	125	0,1078	21.	0,2637	13.	0,0443	8.	0,8289	25.
	625	0,1070	22.	0,2606	11.	0,045	11.	0,8375	24.
	3 125	0,1066	23.	0,2604	9.	0,0451	13.	0,8394	23.
	15 625	0,1065	24.	0,2604	9.	0,0451	13.	0,8397	22.
Strategie max. Sharpeho poměru		0,4857	1.	0,2798	20.	0,0361	2.	1,3896	10.
CVaR model	0	0,4096	2.	0,3166	24.	0,0881	24.	1,6919	1.
	1	0,3329	3.	0,1142	3.	0,0392	4.	1,4120	8.
	2	0,3112	4.	0,1052	2.	0,0448	9.	1,5004	5.
	3	0,2912	5.	0,1036	1.	0,0434	7.	1,4435	7.
	4	0,2742	9.	0,1142	3.	0,0449	10.	1,4638	6.
Benchmark		0,1832	19.	0,2426	6.	0,0603	21.	0,9794	19.

Zdroj: vlastní zpracování

Všechny ukazatele výkonnosti jsou následně srovnány jednotlivě a zaznamenány graficky v porovnání s finální hodnotou portfolia. Nejdříve se začne ukazatelem Sharpeho poměru v Graf 4.14. Preferovány jsou strategie s vyšší hodnotou Sharpeho poměru, a to z důvodu požadování vyššího výnosu na jednotku podstoupeného rizika (směrodatné odchylky).

Graf 4.14 Srovnání Sharpeho poměru k hodnotě portfolia

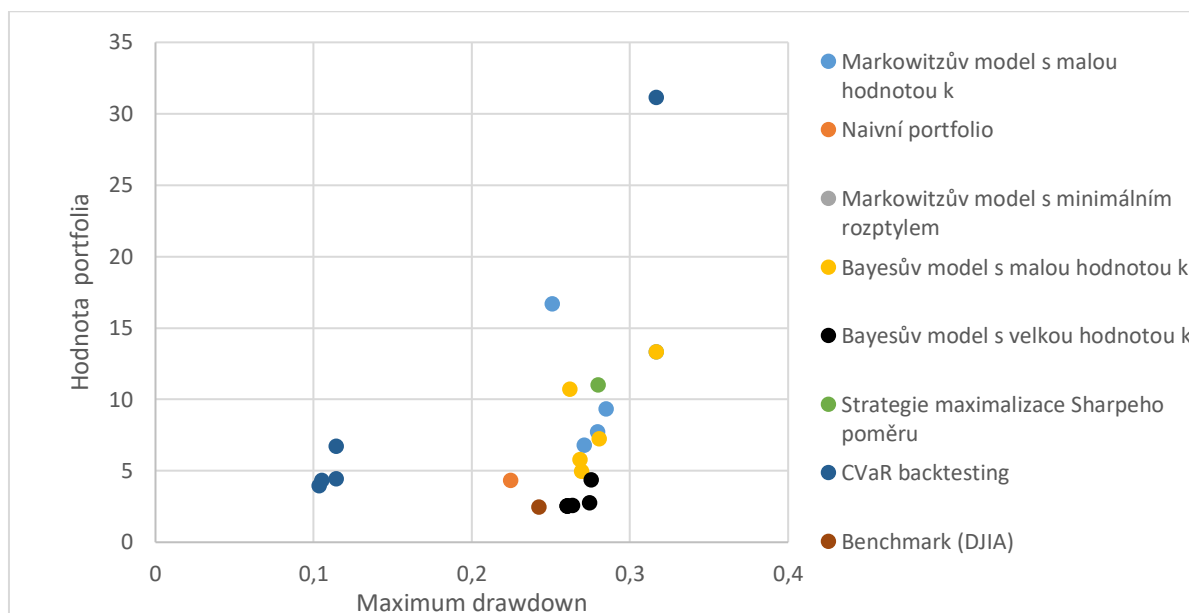


Zdroj: vlastní zpracování

Srovnáním Sharpeho poměru, jehož definice je v kapitole 3.9.2, a hodnoty portfolia na konci investičního horizontu v Graf 4.14 je možno říci, že Sharpeho poměr není v žádném případě záporný. Nejčastěji se výše Sharpeho poměru pohybuje v intervalu (0,2, 0,3), kdy efektivitu modelu je vhodné dále určovat podle konečné hodnoty portfolia. Nejlepší model, založený na těchto dvou ukazatelích, je backtesting CVaR modelu, u něhož je Sharpeho poměr 0,4096 a hodnota portfolia 31,1072 USD. Dalším v pořadí je portfolio sestavené pomocí strategie maximalizace Sharpeho poměru, kde hodnota portfolia se pohybuje okolo hodnoty 11 USD. I když je Naivní strategie jednou z nejjednodušších, tak dle tohoto ukazatele nejsou výsledky jedny z nejhorších. Při porovnání strategií s benchmarkem lze vyvodit závěr, že menší Sharpeho poměr je pouze u Bayesovské strategie s hodnotami $k = (0; 25; 125; 625; 3\,125; 15\,625)$ a Markowitzova modelu s minimálním rozptylem.

Další v pořadí je analýza ukazatele maximum drawdown v porovnání s hodnotou portfolia zahrnutá v Graf 4.15.

Graf 4.15 Srovnání MDD k hodnotě portfolia

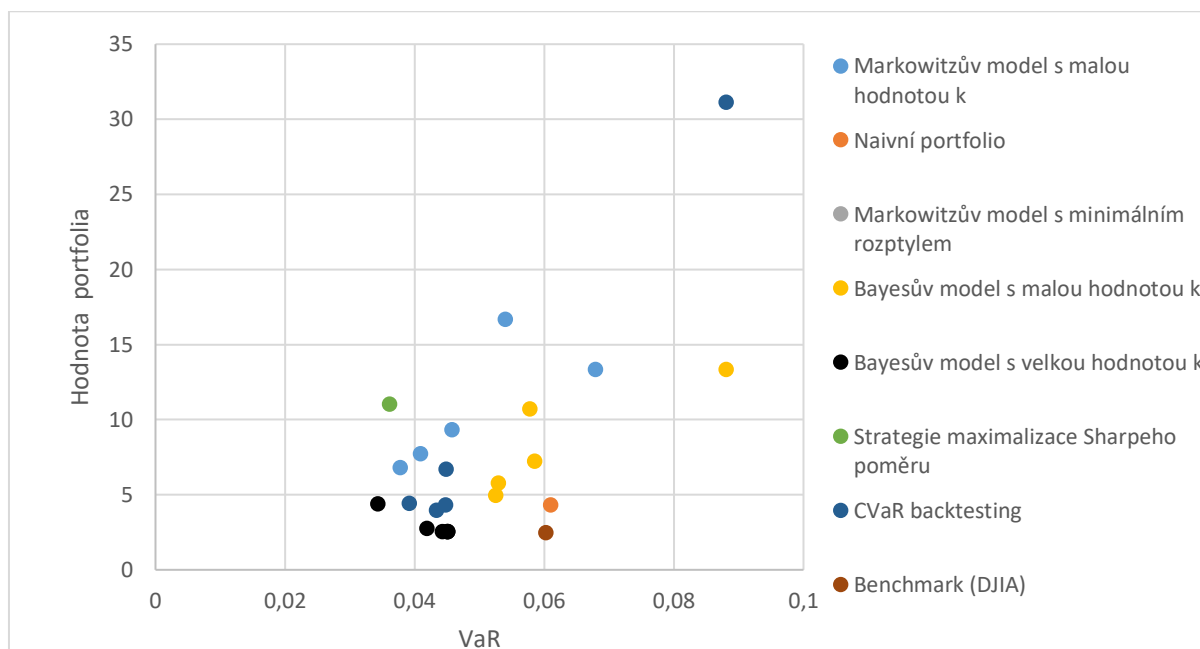


Zdroj: vlastní zpracování

Na základě tohoto srovnání se vybírá portfolio s největší konečnou hodnotou portfolia a co nejnížší hodnotou MDD. Nejčastější hodnota ukazatele MDD se pohybuje v intervalu od 0,2 do 0,3. Nejhorší investiční strategií jsou Bayesovská strategie a CVaR model, když $k = 0$, jelikož ukazatele MDD jsou u těchto strategií nejvyšší, což je v případě CVaR modelu způsobeno neutralitou investora k riziku, kde rizikovost nejvíce výnosných akcií je velká. Oproti tomu se za nejvíce výhodnou strategii na základě minimální hodnoty MDD může považovat model CVaR, když se dosadí $k > 0$, jelikož MDD je přibližně ve výši 0,11 při průměrném 5 násobném zhodnocení investice. V případě, že by investor byl ochotný více riskovat, tak u Markowitzova modelu s $k = 1$ a strategie maximalizace Sharpeho poměru je zhodnocení prvotní investice zhruba 16 respektive 11 násobné a hodnota MDD se pohybuje okolo 0,26.

Předposlední analýzou ukazatelů je komparace VaR na 5 % hladině významnosti k finální hodnotě portfolia. Jak již bylo definováno, VaR vyjadřuje maximální dosaženou ztrátu při zvolené hladině významnosti. Jelikož se jedná o ukazatel rizika, při nárůstu hodnoty portfolia by mělo podstupované riziko rovněž růst, dle teorie investičního trojúhelníku.

Graf 4.16 Srovnání VaR k hodnotě portfolia

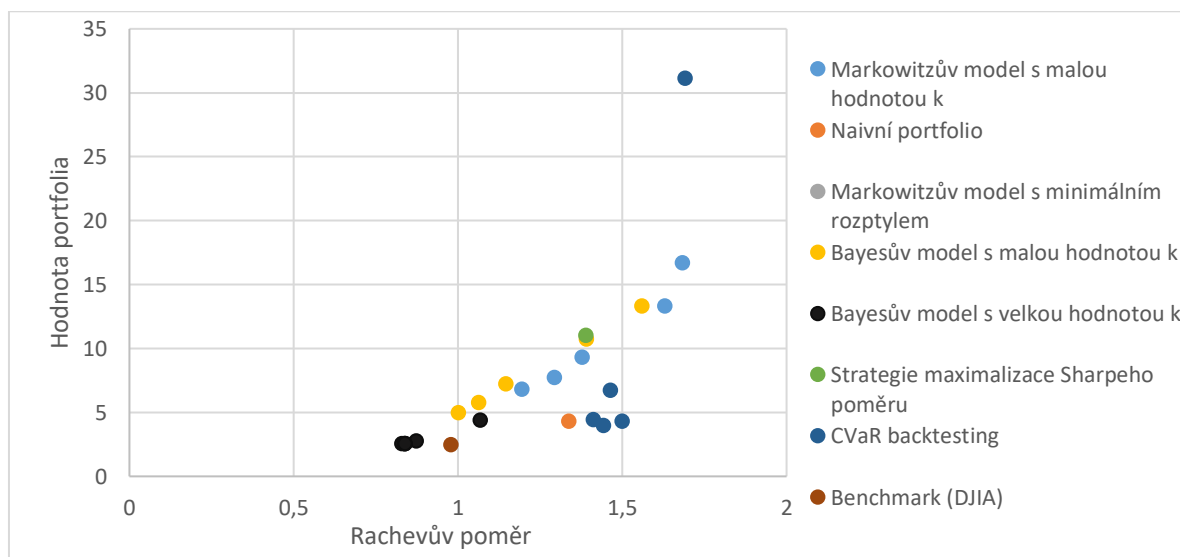


Zdroj: vlastní zpracování

V Graf 4.16 se většina hodnot VaR pohybuje v intervalu (0,3; 0,6). Při pohledu na benchmark lze vyvodit závěr, že při velice nízkém průměrném měsíčním výnosu lze s 5 % pravděpodobností dosáhnout ztráty 6,03 %, což je pátá nejvyšší hodnota ze všech zjištěných hodnot. V tomto ohledu je výhodnější zvolit jakoukoliv analyzovanou strategii, jelikož konečná hodnota je buď vyšší při obdobné hodnotě VaR nebo je možné při dané konečné hodnotě podstupovat menší riziko. Ze srovnávaných strategií velice dobře vychází strategie maximalizace Sharpeho poměru, která má druhou nejnižší hodnotu VaR (3,61 %) při páté nejvyšší finální hodnotě portfolia. Extrémem je opět strategie modelu CVaR s $k = 0$, kde je opět potvrzeno, že s největším výnosem by mělo být spojeno nejvyšší riziko, i když při podobném podstupovaném riziku vyjádřeném ukazatelem VaR, je u Bayesovské strategie, rovněž když $k = 0$, finální hodnota méně než poloviční.

Poslední ukazatel, který se porovnává s konečnou hodnotou portfolia, je Rachevův poměr v Graf 4.17, který částečně vychází právě z ukazatele VaR.

Graf 4.17 Srovnání Rachevova poměru k hodnotě portfolia



Zdroj: vlastní zpracování

Používání pouze Rachevova poměru pro hodnocení výkonnosti portfolia není příliš vhodné, jelikož ten je zaměřen spíše na posouzení rozdělení výnosů portfolia, a tak je možné narazit na jisté specifické situace, kdy rozdělení výnosů může být více vpravo či vlevo sešikmeno, a to může být způsobeno těžšími konci. I přesto je Rachevův poměr dosti využívaným ukazatelem v nově vydávaných analýzách. Proto je použit i v této práci.

Jak již bylo řečeno, Rachevův poměr by se měl ideálně pohybovat co nejvýše nad hodnotou 1. V tomto ohledu je vhodná komparace s benchmarkem, jelikož u něj je vypočtena hodnota 0,9794. U většiny dalších strategií a modelů je vidět, že výsledné hodnoty jsou větší než 1, což značí, že při stejných hladinách spolehlivosti nebudou možné ztráty vyšší než očekávané zisky, a tím se stávají méně rizikovější. Nejlépe se znovu ukazuje nejvíce rizikový CVaR model když $k = 0$, jelikož hodnota Rachevova poměru vyšla 1,6919. Smysluplnější je ovšem posuzovat až další v pořadí, který je Markowitzův model s dosazením $k = 1$ případně 0. U obou zmíněných strategií se hodnota Rachevova poměru dostala na 1,60. Na druhém konci pořadí se ocitly hodnoty u Bayesovské strategie při $k > 125$, které jsou vždy menší než 1.

Ze všech zjištěných výsledků nelze jasně říci, který model je nejlepší, jelikož záleží jak bude investor ochoten přistupovat k možnému riziku, zda bude ochotný zvolit více rizikovější strategii s možným vyšším očekávaným měsíčním výnosem. Při jednoduchém součtu pořadí (investor si může zvolit vážený součet) u konečné hodnoty a ukazatelů výkonnosti portfolia se lze dopočítat k závěru, že nejlépe vychází Markowitzův model s $k = 1$ před CVaR modelem

opět s $k = 1$ a strategií maximalizace Sharpeho poměru. Zajímavé je, že zvolený benchmark je společně s Bayesovskou strategií, kde $k = 15\,625$, na tom nejhůře.

Benchmark pro mnohé investory představuje dolní hranici očekávaného výnosu, které by mělo být dosaženo. Dle zjištěných výsledků v této práci (na základě zjištěných ukazatelů) není příliš výhodné investování pouze do samotného indexu DJIA. Důvodem je, že u jednoduchých strategií, např. naivního portfolia, je dosaženo vyššího očekávaného měsíčního výnosu i při přibližně totožné směrodatné odchylce, VaR a maximum drawdown. Při srovnání benchmarku a naivního portfolia je možné nalézt patrnější rozdíl při porovnání Sharpeho poměru a taktéž Rachevova poměru, což v tomto případě může být způsobeno špatným zohledněním rizika, které souvisí s tímto ukazatelem. Rovněž v případě srovnání se strategií minimálního rozptylu jsou patrně nižší hodnoty ukazatele rizika (směrodatné odchylky a VaR) při totožném očekávaném výnosu portfolia. Špatná pozice benchmarku je do jisté míry způsobena abstrahováním od nákladů obměňování portfolia (transakční náklady, daně a další) ve výpočtu finální hodnoty portfolia, z níž se následně vypočítávají očekávané měsíční výnosy. Zahrnutím tohoto předpokladu by se očekávaný výnos modelů a strategií snížil a benchmark by začal nabývat na významu. V případě, že by se snížily očekávané měsíční výnosy u vypočtených modelů, došlo by tím k navýšení hodnoty VaR a ke snížení hodnoty Sharpeho poměru, a tak by se výhodnost modelů dle těchto ukazatelů navýšila.

Na úplný závěr komparace modelů byla ještě vytvořena citlivostní analýza, ve které se v rámci backtestingu měnil interval historického pozorování, na základě kterého se dle různých modelů měnily váhy akcií v portfoliu. Doposud byl použit interval 5 let, který byl v této analýze změněn na 2, 3 a 4 roky. Analýza je vytvořena pouze k posouzení, jak se vyvíjí jednotlivé ukazatele při změně časové řady historického pozorování. Veškeré výsledky jsou zaznamenány v Příloha č. 12.

Vyvodit lze, že čím je delší časový horizont, tím by se měl model stávat věrohodnějším a přesnějším. Ve většině případů je finální hodnota portfolia po 5letém backtestingu nejvyšší, až na výjimky, kdy vyšší hodnoty jsou při zahrnutí 3letého backtestingu (Markowitzův model a Bayesovská strategie s $k > 2$). U Sharpeho poměru a Rachevova poměru je patrné, že nejvyšší hodnoty jsou opět při 5letém backtestingu, až na výjimky zjištěné při zkoumání hodnoty portfolia, což potvrzuje ekonomickou teorii. Při pohledu na hodnoty maximum drawdown lze závěrem konstatovat, že nejmenší poklesy jsou v případě 2 a 3letého backtestingu, a s délkou období rostou. Co se týče ukazatele VaR, nelze jednoznačně stanovit, jak dlouhý horizont historického pozorování zvolit. Pro jednotlivé modely a strategie se vyvíjí výsledné hodnoty odlišně.

5 Závěr

V posledních letech dochází k výraznějšímu propojování ekonomie s dalšími vědami, jako jsou: aplikovaná matematika, statistika a informatika. Součástí této kombinované disciplíny je mimo jiné i problematika optimalizace portfolia. Při investici do portfolia aktiv je žádoucí nalezení optimálního složení portfolia ze všech přípustných portfolií. Jelikož budoucí výnosy aktiv jsou náhodné veličiny, nelze je ovlivnit. Vhodným složením (dle určité strategie) je však možné ovlivnit výnos, a taktéž je možné ovlivňovat další kritéria (riziko, likvidita apod.). Proto by měl investor vědět, podle kterého modelu či strategie lze nejlépe provádět investiční rozhodování.

Jak již bylo zmíněno v úvodu, cílem této diplomové práce je srovnání strategií pro sestavení akciových portfolií a následné porovnání s vybraným benchmarkem. Analyzované období je 15 let, konkrétně od září 2003 do října 2018, ovšem investiční horizont je kvůli backtestingu portfolia na základě klouzavém časovém úseku zkrácen na 10 let, a pracuje se s měsíčními kurzy. Pomocí vybraných strategií jsou vypočteny váhy akciových portfolií potřebné k získání očekávaných výnosů a hodnoty portfolií. Následně je porovnána výkonnost vybraných strategií. V této práci nejsou pro zjednodušení zohledněny transakční náklady a není povoleno provádět krátký prodej. Veškeré výpočty a grafická znázornění jsou provedeny pomocí programu Matlab a MS Excel.

Diplomová práce je tvořena z 5 kapitol, kde první kapitola je úvod, ve kterém je definován cíl práce a poslední je závěr.

Zbylé kapitoly jsou rozděleny do 2 základních částí a to teoreticko-metodické a aplikačně-ověřovací. Teoreticko-metodické části je věnována druhá a třetí kapitola. Ve druhé kapitole jsou charakterizovány finanční trhy. Je zde popsán úvod do finančního systému, finančních trhů a následně je přiblížen akciový trh. Součástí kapitoly je mimo jiné i popis akcie, burzy cenných papírů, benchmarku, portfolio managementu a také je zde popsán investiční proces. Třetí kapitola je zaměřena na použitou metodiku, pomocí níž je vypracována aplikačně-ověřovací část práce. V této kapitole jsou charakterizovány vybrané portfoliové modely a strategie, jako například Markowitzův model, Blackův model, Tobinův model, Bayesovská strategie, strategie minimalizace rozptylu či strategie maximalizace Sharpeho poměru. V závěru kapitoly jsou charakterizovány ukazatele výkonnosti portfolia, mezi které patří Value at Risk, Sharpeho poměr, maximum drawdown a Rachevův poměr. V aplikačně-ověřovací části jsou aplikovány vybrané modely

prostřednictvím programů Matlab a MS Excel. Rovněž jsou zde popsány všechny zjištěné výsledky. V závěru této části je provedeno srovnání jednotlivých výsledků jak mezi sebou vzájemně, tak zároveň s benchmarkem.

Ze zjištěných výsledků vychází, na základě ukazatelů výnosnosti, nejlépe model CVaR s hodnotou k ve výši 0, jelikož v této strategii se pracuje s neutrálním postojem investora k riziku, což v praxi nebývá obvyklé. Ze strategií s averzním postojem k riziku vychází nejlépe Markowitzův model s $k = 1$, u něhož je konečná hodnota portfolia ve výši 16,6590 USD a směrodatná odchylka vyjadřující míru rizika je 5,89 %. Při srovnání ukazatelů výkonnosti se tato strategie rovněž vyvíjí dobře, kde např. Rachevův poměr je druhý nejvyšší (1,6834), což značí, že ve výnosech jsou patrné těžké pravé konce. Při takto vysokém očekávaném měsíčním výnosu je logické, že ukazatel VaR je ve srovnání s dalšími modely a strategiemi vyšší. Při jednoduchém součtu pořadí, které jsou u konečné hodnoty a ukazatelů výkonnosti portfolia lze ještě doporučit strategii maximalizace Sharpeho poměru, kde při poměrně vyšším očekávaném výnosu s nižší hodnotou směrodatné odchylky lze dosáhnout ještě poměrně nízké hodnoty VaR.

Jelikož cílem práce je srovnat zjištěné hodnoty s benchmarkem, lze konstatovat, že veškeré použité modely a strategie předčí benchmark, co se týče ukazatele finální hodnoty portfolia. Avšak v některých případech lze spatřit vyšší výnos spojen zároveň s nižší směrodatnou odchylkou a nižší hodnotou VaR, jako např. u Markowitzova modelu s minimálním rozptylem, což je principem diverzifikace a optimalizace investice.

Autor práce by subjektivně zvolil pro optimalizaci již zmíněnou strategii maximalizace Sharpeho poměru, jelikož u ní lze dosáhnout poměrně vyššího výnosu při relativně nižší míře podstoupeného rizika, kde hodnota směrodatné odchylky je ve srovnání s benchmarkem nižší a hodnota VaR je pouze 3,61 %.

Závěrem praktické části je ještě provedena citlivostní analýza, kdy se v rámci backtestingu mění interval historického pozorování, na základě kterého se dle různých modelů obměňují váhy akcií v portfoliu. Doba je změněna na 2, 3 a 4letý časový interval. Z výsledků lze konstatovat, že na základě analyzovaných dat, bylo nejvhodnější použít v práci zvolený, 5letý klouzavý časový horizont. U některých modelů bylo zjištěno, že vhodnější je dobu zkrátit na 3 roky, tudíž v každém okamžiku rozhodování o investici (v této práci na začátku každého měsíce) by se měl analyzovat vývoj akcií 36 měsíců zpětně.

Seznam použité literatury

- [1] BIGLOVA, A., ORTOBELLI, S., RACHEV, S. T., STOYANOV, S. *Different Approaches to Risk Estimation in Portfolio Theory. The Journal of Portfolio Management*, 2004, 31(1) s. 103-112. ISSN 2168-8656.
- [2] BODIE, Zvi, Alex KANE a Alan J. MARCUS. *Investments and Portfolio Management*. 9th ed., global ed. New York: McGraw-Hill/Irwin, 2011. ISBN 978-0-07-128914-6.
- [3] ELTON, Edwin J., Martin Jay GRUBER, Stephen J. BROWN a William N. GOETZMANN. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. 9th edition. Hoboken: Wiley, 2014. ISBN 978-1-118-46994-1.
- [4] FOCARDI, S., P. N. KOLM and F. J. FABOZZI. *Financial Modeling of the Equity Market: From CAPM to Cointegration*. Hoboken: Wiley, 2006. ISBN 0-471-69900-4.
- [5] CHRISTOPHERSON, Jon A., David Runge CARINO a Wayne E. FERSON. *Portfolio Performance Measurement and Benchmarking*. New York: McGraw-Hill, 2009. ISBN 978-0-07-149665-0.
- [6] JÍLEK, Josef. *Akciové trhy a investování*. Praha: Grada Publishing, 2009. ISBN 978-80-247-2963-3.
- [7] JORION, Philippe. Bayes-Stein Estimation for Portfolio Analysis. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1986, 21(03) s. 279-292. ISSN 0022-1090.
- [8] KRESTA, Aleš. *Kvantitativní metody investování s aplikacemi v prostředí matlab*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2016. ISBN 978-80-248-3898-4.
- [9] KRESTA, Aleš. *Financial Engineering in MATLAB: Selected Approaches and Algorithms*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2015. ISBN 978-80-248-3702-4.
- [10] MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 1952, 7(1) s. 77-91, doi:10.2307/2975974
- [11] PRIGENT, Jean-Luc. *Portfolio Optimization and Performance Analysis*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2007. ISBN 978-1-58488-578-8.

- [12] REJNUŠ, Oldřich. *Finanční trhy: učebnice s programem na generování cvičných testů*. Praha: Grada Publishing, 2016. ISBN 978-80-247-5871-8.
- [13] SHARPE, William F. a Gordon J. ALEXANDER. *Investice*. 4. vyd. Přeložil Zdeněk ŠLEHOFR. Praha: Victoria Publishing, 1994. ISBN 80-85605-47-3.
- [14] ZMEŠKAL, Zdeněk, Dana DLUHOŠOVÁ a Tomáš TICHÝ. *Finanční modely: koncepty, metody, aplikace*. 3., přeprac. a rozš. vyd. Praha: Ekopress, 2013. ISBN 978-80-86929-91-0.
- [15] ZMEŠKAL, Zdeněk, Miroslav ČULÍK a Tomáš TICHÝ. *Finanční rozhodování za rizika: sbírka řešených příkladů*. 4. upr. vyd. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2014. ISBN 978-80-248-3249-4.

Internetové zdroje

- [16] Benchmark. Investopedia - Sharper Insight. Smarter Investing. [online]. [cit. 2019-03-05]. Dostupné z: <https://www.investopedia.com/terms/b/benchmark.asp>
- [17] Maximum Drawdown (MDD). Investopedia - Sharper Insight. Smarter Investing. [online]. [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: <https://www.investopedia.com/terms/m/maximum-drawdown-mdd.asp>
- [18] Bezriziková sazba: [online]. [cit. 2019-04-02]. Dostupné z: <https://www.cnbc.com/quotes/?symbol=US10Y>
- [19] Dow Jones Industrial Data [online]. [cit. 2019-03-31]. Dostupné z: <http://finance.yahoo.com/stock-center>

Seznam použitých zkratk

AAPL	Apple Inc.
AXP	American Express Company
BA	The Boeing Company
CAT	Caterpillar Inc.
CSCO	Cisco Systems, Inc.
CVaR	Conditional Value at Risk
CVX	Chevron Corporation
DIS	The Walt Disney Company
DJIA	Dow Jones Industrial Average
DWDP	DowDuPont Inc.
GS	The Goldman Sachs Group, Inc.
HD	The Home Depot, Inc.
IBM	International Business Machines Corporation
INTC	Intel Corporation
JNJ	Johnson & Johnson
JPM	JPMorgan Chase & Co.
KO	The Coca-Cola Company
MCD	McDonald's Company
MDD	Maximum drawdown
MMM	3M Company
MRK	Merck & Co., Inc.
MSFT	Microsoft Corporation
NKE	NIKE, Inc.
NYSE	New York Stock Exchange
OTC	Over to Count
PFE	Pfizer Inc.
PG	The Procter & Gamble Company
RR	Rachevův poměr
SR	Sharepeho poměr
TRV	The Travelers Companies, Inc.
UNH	UnitedHealth Group Incorporated
UTX	United Technologies Corporation
V	Visa Inc.

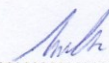
VaR	Value at Risk
VZ	Verizon Communications Inc.
WBA	Walgreens Boots Alliance, Inc.
WMT	Walmart Inc.
XOM	Exxon Mobil Corporation

Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byl(a) seznámen(a) s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 20.4.2019



.....
Bc. David Neděla

Seznam příloh

Příloha č. 1: Měsíční upravené zavírací ceny

Příloha č. 2: Kovarianční matice výnosů

Příloha č. 3: Korelační matice výnosů

Příloha č. 4: Postup výpočtu naivního portfolia

Příloha č. 5: Postup výpočtu backtestingu Markowitzova modelu

Příloha č. 6: Postup výpočtu backtestingu Markowitzovy strategie s minimálním rozptylem

Příloha č. 7: Postup výpočtu backtestingu Bayesovské strategie s malou hodnotou k

Příloha č. 8: Postup výpočtu backtestingu Bayesovské strategie s velkou hodnotou k

Příloha č. 9: Postup výpočtu backtestingu CVaR modelu

Příloha č. 10: Postup výpočtu strategie maximalizace Sharpeho poměru

Příloha č. 11: Postup výpočtu hodnot benchmarku DJIA

Příloha č. 12: Analýza backtestingu pro 2 - 4leté období

Příloha č. 1: Měsíční upravené zavírací ceny

Datum	AAPL	AXP	BA	CAT	CSCO	CVX	DIS	DWDP	GS	HD	IBM	INTC	JNJ	JPM	KO
01.09.2003	0,99	31,39	24,15	22,21	15,71	20,44	16,39	19,42	70,60	22,56	63,17	18,48	32,51	22,70	10,76
01.10.2003	1,10	32,69	27,07	23,64	16,78	21,25	18,39	22,72	79,01	26,31	63,99	22,12	33,04	23,74	11,73
01.11.2003	1,00	31,92	27,00	24,77	18,20	21,48	18,76	22,64	81,08	26,09	64,75	22,52	32,37	23,64	11,76
01.12.2003	1,03	33,68	29,77	27,04	19,43	25,20	18,95	25,06	83,32	25,19	66,40	21,53	34,08	24,52	12,95
01.01.2004	1,08	36,29	29,49	25,44	20,62	25,19	19,69	25,50	84,01	25,22	71,09	20,50	35,24	25,97	12,57
01.02.2004	1,15	37,40	30,64	24,89	18,57	25,77	21,76	26,42	89,56	25,82	69,13	19,62	35,56	27,65	12,75
01.03.2004	1,30	36,30	29,13	25,98	18,90	26,04	20,50	24,48	88,28	26,57	65,90	18,30	33,61	28,27	12,84
01.04.2004	1,24	34,34	30,28	25,54	16,77	27,14	18,89	24,33	81,85	25,07	63,27	17,31	35,80	25,34	13,04
01.05.2004	1,35	35,57	32,48	24,98	17,94	26,82	19,25	24,46	79,64	25,59	63,57	19,20	36,91	25,03	13,24
01.06.2004	1,56	36,05	36,40	26,34	19,00	28,36	20,91	24,95	79,85	25,08	63,38	18,59	37,10	26,34	13,02
01.07.2004	1,55	35,33	36,16	24,37	16,77	28,83	18,94	24,65	74,79	24,08	62,61	16,42	36,81	25,36	11,42
01.08.2004	1,66	35,17	37,21	24,36	15,04	29,39	18,42	26,46	76,25	26,11	60,90	14,34	38,70	27,13	11,64
01.09.2004	1,86	36,18	36,93	26,95	14,51	32,88	18,50	27,92	79,30	28,06	61,78	13,54	37,71	27,23	10,43
01.10.2004	2,52	37,32	35,70	26,98	15,40	32,52	20,69	27,99	83,67	29,41	64,67	15,02	39,08	26,46	10,71
01.11.2004	3,22	39,28	38,32	30,99	15,03	33,47	22,05	31,44	89,34	29,89	67,91	15,10	40,38	26,03	10,36
01.12.2004	3,09	39,74	37,18	33,00	15,49	32,43	22,80	30,84	88,72	30,66	71,17	15,81	42,66	26,97	11,11
01.01.2005	3,69	37,61	36,34	30,16	14,47	33,60	23,70	31,17	91,97	29,59	67,44	15,18	43,52	25,80	11,07
01.02.2005	4,31	38,27	39,48	32,46	13,97	38,34	23,13	34,59	93,01	28,70	66,84	16,22	44,12	25,49	11,42
01.03.2005	4,00	36,31	42,18	31,22	14,34	36,26	23,78	31,26	94,03	27,43	66,10	15,76	45,37	24,13	11,12
01.04.2005	3,46	37,35	42,95	30,07	13,85	32,34	21,85	28,99	91,29	25,43	55,25	15,96	46,36	24,75	11,74
01.05.2005	3,82	38,16	46,11	32,44	15,56	33,44	22,71	28,59	83,55	28,29	54,65	18,29	45,33	25,18	12,06
01.06.2005	3,53	37,72	47,82	32,85	15,30	35,09	20,84	28,11	87,42	27,97	53,81	17,71	44,12	24,88	11,29
01.07.2005	4,09	39,08	47,82	37,16	15,36	36,40	21,22	30,50	92,10	31,36	60,53	18,47	43,42	24,75	11,98
01.08.2005	4,50	39,25	48,56	38,43	14,13	38,53	20,85	27,48	95,49	29,07	58,47	17,51	43,03	24,10	12,05
01.09.2005	5,15	40,81	49,41	40,69	14,37	40,92	19,97	26,51	104,42	27,56	58,32	16,83	43,18	24,13	11,83
01.10.2005	5,53	40,40	47,01	36,42	13,99	36,08	20,17	29,41	108,54	29,66	59,53	16,04	42,73	26,04	11,86
01.11.2005	6,51	41,84	49,59	40,20	14,06	36,23	20,64	29,02	110,99	30,19	64,63	18,21	42,13	27,47	11,84
01.12.2005	6,90	41,87	51,27	40,19	13,73	36,17	19,84	28,10	109,91	29,32	59,90	17,10	41,22	28,51	11,33
01.01.2006	7,25	42,68	49,87	47,24	14,89	37,84	21,18	27,33	121,57	29,37	59,25	14,56	39,47	28,55	11,63
01.02.2006	6,58	43,94	53,06	51,05	16,23	35,99	23,42	27,80	121,83	30,53	58,47	14,11	39,54	29,80	11,79
01.03.2006	6,02	42,85	57,13	50,16	17,38	37,23	23,33	26,23	135,34	30,64	60,25	13,39	40,85	30,17	11,76
01.04.2006	6,76	43,88	61,17	52,90	16,80	39,19	23,39	26,48	138,21	29,03	60,15	13,75	40,43	32,87	11,96
01.05.2006	5,74	44,43	61,03	51,12	15,78	38,40	25,52	26,00	130,43	27,71	58,37	12,40	41,54	31,14	12,55
01.06.2006	5,50	43,50	60,25	52,19	15,66	40,20	25,10	25,45	129,98	26,02	56,33	13,14	41,59	30,67	12,27

01.07.2006	6,52	42,55	56,95	49,66	14,34	42,61	24,84	22,77	131,98	25,34	56,76	12,45	43,41	33,32	12,87
01.08.2006	6,51	43,06	55,09	46,69	17,63	41,72	24,81	25,11	128,75	25,03	59,37	13,54	44,88	33,62	12,96
01.09.2006	7,39	45,97	58,22	46,31	18,43	42,35	25,86	25,67	146,53	26,47	60,32	14,31	45,33	34,58	12,92
01.10.2006	7,78	47,38	58,97	42,73	19,35	43,87	26,32	27,12	164,39	27,37	67,97	14,85	47,05	34,93	13,70
01.11.2006	8,80	48,26	65,37	43,84	21,58	47,22	27,65	26,60	169,05	27,84	67,67	14,89	46,01	34,32	13,74
01.12.2006	8,14	49,86	65,83	43,35	21,91	48,36	28,67	26,53	173,00	29,62	71,75	14,16	46,35	35,82	14,34
01.01.2007	8,23	47,85	66,37	45,29	21,34	47,94	29,70	27,88	184,11	30,05	73,22	14,65	46,89	37,77	14,23
01.02.2007	8,12	46,85	64,66	45,77	20,80	45,07	28,92	29,38	175,37	29,20	68,64	13,88	44,18	36,89	13,88
01.03.2007	8,92	46,47	66,14	47,62	20,47	49,00	29,07	30,77	179,61	27,10	69,82	13,45	42,55	36,13	14,27
01.04.2007	9,58	49,98	69,18	51,59	21,44	51,53	29,54	30,18	190,03	28,09	75,71	15,11	45,35	38,91	15,74
01.05.2007	11,63	53,68	74,83	56,06	21,59	53,99	29,92	30,70	200,96	28,83	78,96	15,59	44,68	38,98	15,98
01.06.2007	11,72	50,54	71,80	55,87	22,33	56,21	29,23	29,91	188,71	29,19	78,27	16,77	43,79	36,44	15,77
01.07.2007	12,65	48,36	77,23	56,22	23,18	56,89	28,25	29,69	163,98	27,73	82,28	16,69	43,00	33,10	15,92
01.08.2007	13,29	48,54	72,20	54,29	25,59	58,56	28,77	29,11	153,52	28,58	86,77	18,19	43,92	33,75	16,44
01.09.2007	14,73	49,16	78,66	56,19	26,56	62,89	29,44	29,40	189,04	24,36	87,91	18,35	47,01	34,73	17,56
01.10.2007	18,24	50,47	73,86	53,45	26,51	61,49	29,65	31,05	216,24	23,66	86,66	19,09	46,63	35,63	19,11
01.11.2007	17,49	48,96	69,33	51,75	22,47	58,98	28,38	28,91	197,98	21,44	78,49	18,51	48,47	34,86	19,21
01.12.2007	19,02	43,18	65,76	52,23	21,71	63,14	27,64	27,18	187,86	20,39	80,96	19,00	48,02	33,36	19,19
01.01.2008	12,99	40,79	62,54	51,10	19,65	56,32	25,82	26,92	174,32	23,20	80,22	15,04	45,46	36,22	18,45
01.02.2008	12,00	35,24	62,25	52,36	19,56	58,63	28,05	26,25	148,44	20,10	85,27	14,23	44,61	31,34	18,28
01.03.2008	13,78	36,42	56,19	56,67	19,32	58,16	27,16	25,67	144,73	21,17	86,56	15,19	47,01	33,11	19,04
01.04.2008	16,70	40,00	64,12	59,27	20,56	65,52	28,07	28,28	167,47	22,00	90,74	15,96	48,62	36,73	18,65
01.05.2008	18,12	38,76	62,54	60,09	21,43	67,56	29,08	28,46	154,66	20,90	97,30	16,62	48,37	33,42	18,14
01.06.2008	16,07	31,50	49,89	53,68	18,65	68,00	27,00	24,59	153,34	17,89	89,47	15,49	46,96	26,66	16,47
01.07.2008	15,26	31,04	46,39	50,55	17,63	58,00	26,27	23,73	161,35	18,36	96,60	16,01	49,97	31,58	16,53
01.08.2008	16,27	33,33	49,77	51,74	19,28	59,21	28,00	24,32	144,04	20,89	91,89	16,50	51,40	30,25	16,72
01.09.2008	10,91	29,76	43,80	43,60	18,09	57,01	26,56	22,64	112,44	19,94	88,63	13,60	50,89	36,70	16,98
01.10.2008	10,33	23,10	40,04	27,94	14,25	51,56	22,42	19,24	81,26	18,32	70,45	11,64	45,06	32,42	14,35
01.11.2008	8,90	19,68	32,56	30,29	13,26	54,61	19,49	13,38	69,60	17,95	61,84	10,02	43,03	25,07	15,26
01.12.2008	8,19	15,66	32,84	33,01	13,07	51,57	19,64	10,88	74,36	17,88	64,13	10,73	44,32	24,97	14,99
01.01.2009	8,65	14,12	32,56	22,80	12,00	49,16	18,16	8,54	71,13	16,90	69,84	9,45	42,73	20,20	14,15
01.02.2009	8,57	10,27	24,19	18,38	11,68	42,32	14,73	5,28	80,25	16,40	70,13	9,33	37,03	18,32	13,53
01.03.2009	10,09	11,61	27,66	20,88	13,45	47,31	15,95	6,21	93,93	18,50	74,23	11,12	39,28	21,31	14,56
01.04.2009	12,08	21,47	31,13	26,57	15,49	46,50	19,24	11,99	113,84	20,92	79,08	11,67	39,10	26,45	14,56
01.05.2009	13,04	21,44	34,86	26,83	14,83	46,91	21,27	13,25	128,08	18,41	81,43	11,63	41,20	29,63	16,63
01.06.2009	13,67	20,05	33,36	25,00	14,95	47,06	20,49	12,09	130,96	18,78	80,42	12,35	42,80	27,39	16,23
01.07.2009	15,69	24,63	33,68	33,33	17,65	49,35	22,07	16,01	145,04	20,81	90,83	14,36	45,88	31,04	17,15

01.08.2009	16,15	29,40	38,99	34,71	17,32	49,68	22,87	16,10	146,96	21,89	90,92	15,16	45,54	34,95	16,78
01.09.2009	17,79	29,47	42,91	39,32	18,88	50,53	24,12	19,72	164,09	21,37	92,55	14,71	46,25	35,24	18,48
01.10.2009	18,10	30,45	37,88	42,18	18,29	54,91	24,04	17,86	151,47	20,29	93,32	14,36	44,85	33,59	18,65
01.11.2009	19,19	36,56	41,53	45,05	18,76	55,99	26,54	21,14	151,02	22,13	97,76	14,43	47,73	34,21	20,01
01.12.2009	20,23	35,42	43,27	43,97	19,20	55,72	28,33	21,02	150,61	23,40	101,74	15,45	49,31	33,55	20,22
01.01.2010	18,44	32,92	48,45	40,31	18,02	52,20	26,26	20,72	132,66	22,84	95,13	14,69	48,12	31,35	19,25
01.02.2010	19,64	33,52	50,49	44,32	19,51	52,33	27,76	21,65	139,47	25,45	98,83	15,54	48,23	33,83	18,70
01.03.2010	22,56	36,22	58,45	48,82	20,87	55,41	31,02	22,62	152,55	26,38	100,13	17,01	50,30	36,07	19,51
01.04.2010	25,06	40,66	58,30	52,89	21,59	59,51	32,73	23,70	129,81	28,95	100,71	17,43	49,60	34,33	19,28
01.05.2010	24,66	35,15	51,66	47,49	18,57	53,98	29,69	20,69	128,97	27,82	97,79	16,35	44,97	31,94	18,54
01.06.2010	24,15	35,00	50,80	46,96	17,09	50,05	27,99	18,23	117,65	23,06	96,90	14,95	45,98	29,55	18,08
01.07.2010	24,70	39,53	55,17	54,52	18,50	56,21	29,93	21,13	135,17	23,59	100,76	15,83	45,22	32,51	20,21
01.08.2010	23,34	35,31	49,49	51,27	16,03	54,64	28,91	18,84	122,72	23,02	96,62	13,58	44,39	29,38	20,50
01.09.2010	27,24	37,22	54,20	61,91	17,56	60,34	29,41	21,23	129,91	26,44	105,78	14,87	48,69	30,76	21,46
01.10.2010	28,89	36,72	57,54	61,85	18,33	61,49	32,10	23,98	144,78	25,79	113,24	15,53	50,09	30,41	22,84
01.11.2010	29,87	38,46	51,94	66,94	15,36	60,28	32,44	24,24	140,29	25,21	111,55	16,39	48,37	30,26	23,52
01.12.2010	30,97	38,19	53,48	74,11	16,22	68,51	33,33	26,54	151,43	29,48	116,25	16,41	49,02	34,33	24,83
01.01.2011	32,57	38,60	56,93	76,76	16,96	71,27	34,91	27,70	147,34	30,92	128,32	16,75	47,37	36,36	23,73
01.02.2011	33,91	38,93	59,01	81,82	14,88	77,89	39,29	29,02	147,48	31,51	128,23	16,76	48,69	37,82	24,13
01.03.2011	33,46	40,39	60,93	88,52	13,75	81,31	38,70	29,48	143,12	31,17	129,68	15,88	47,38	37,35	25,05
01.04.2011	33,61	43,85	65,75	91,74	14,10	82,78	38,71	32,14	136,27	31,45	135,65	18,22	52,56	36,97	25,84
01.05.2011	33,39	46,29	64,31	84,46	13,52	79,36	37,39	28,33	126,99	30,72	134,34	17,72	53,81	35,22	25,59
01.06.2011	32,22	46,38	61,26	84,98	12,56	78,39	35,07	28,22	120,41	30,67	137,03	17,58	53,66	33,35	25,78
01.07.2011	37,49	45,05	58,39	78,86	12,85	79,29	34,69	27,53	122,11	29,80	145,26	17,71	52,26	32,95	26,43
01.08.2011	36,94	44,75	55,40	72,95	12,66	75,34	30,59	22,47	105,15	28,48	137,32	15,97	53,08	30,78	27,38
01.09.2011	36,61	40,42	50,48	59,19	12,52	71,15	27,09	17,74	85,80	28,25	140,29	17,09	51,83	24,68	26,26
01.10.2011	38,86	45,57	54,88	75,72	14,97	80,72	31,33	22,23	99,41	30,77	148,12	19,66	52,40	28,49	26,92
01.11.2011	36,69	43,43	57,30	78,90	15,12	79,01	32,20	22,10	86,99	33,70	150,83	19,95	52,67	25,60	26,49
01.12.2011	38,88	42,64	61,58	73,03	14,66	82,40	33,68	22,93	82,38	36,41	148,11	19,60	53,87	27,49	27,97
01.01.2012	43,82	45,33	62,27	87,96	15,93	79,86	35,53	26,96	101,55	38,45	155,14	21,35	54,14	30,84	27,00
01.02.2012	52,07	47,99	62,92	92,47	16,17	84,51	38,35	26,96	104,89	41,20	158,47	21,72	53,46	32,67	27,93
01.03.2012	57,56	52,50	62,80	86,25	17,21	83,67	39,98	27,86	113,64	43,57	168,72	22,91	54,66	38,29	29,59
01.04.2012	56,06	54,64	64,85	83,21	16,40	83,16	39,37	27,45	105,22	45,13	167,45	23,13	53,95	35,79	30,96
01.05.2012	55,46	50,84	58,78	71,24	13,34	76,72	41,75	25,16	87,44	43,00	155,99	21,05	51,73	27,78	30,32
01.06.2012	56,06	53,00	63,11	69,04	14,02	83,07	44,30	25,52	88,01	46,45	158,82	21,87	56,53	29,95	31,72
01.07.2012	58,63	52,55	62,78	68,47	13,03	86,29	44,88	23,56	92,64	45,74	159,14	21,09	57,92	30,17	33,23
01.08.2012	63,86	53,27	60,65	69,82	15,66	88,32	45,18	23,99	97,06	49,75	158,22	20,37	56,42	31,39	30,76

01.09.2012	66,02	51,95	59,47	70,41	15,67	92,52	47,75	23,70	104,83	53,19	169,17	18,75	58,18	34,21	31,20
01.10.2012	58,91	51,14	60,19	69,40	14,07	87,50	44,86	24,24	112,86	54,08	158,64	17,90	59,80	35,22	30,79
01.11.2012	57,92	51,25	63,47	70,17	15,63	83,89	45,36	24,98	108,62	57,33	155,00	16,20	58,87	34,97	31,40
01.12.2012	54,40	52,70	64,79	73,77	16,36	86,57	45,47	26,75	118,12	54,74	156,89	17,24	59,71	37,43	30,23
01.01.2013	46,56	53,92	63,51	81,46	17,13	92,19	49,97	26,91	136,92	59,23	166,33	17,59	62,96	40,06	31,05
01.02.2013	45,12	57,18	66,11	76,48	17,37	93,79	50,62	26,51	138,68	60,63	164,49	17,46	64,83	41,93	32,28
01.03.2013	47,16	62,07	74,28	72,01	17,40	95,87	52,67	26,61	136,73	61,76	175,44	18,46	70,00	40,68	33,72
01.04.2013	47,17	62,94	79,09	70,10	17,42	98,44	58,27	28,62	135,73	65,28	166,59	20,24	73,18	42,01	35,55
01.05.2013	47,91	69,86	85,68	71,50	20,25	99,04	58,50	29,09	150,60	70,00	171,10	20,52	72,28	47,09	33,58
01.06.2013	44,28	68,99	89,09	68,74	20,43	96,25	58,56	27,15	140,98	68,94	157,93	20,67	74,27	45,53	33,69
01.07.2013	50,54	68,07	91,41	69,09	21,48	102,39	59,95	29,87	152,90	70,68	161,17	19,91	80,88	48,07	33,89
01.08.2013	54,41	66,56	90,38	69,26	19,70	97,95	56,41	31,88	141,80	66,62	150,62	18,75	74,75	43,90	32,29
01.09.2013	55,80	69,90	102,66	69,98	19,81	99,63	59,80	32,73	147,95	67,84	153,79	19,75	75,56	44,91	32,03
01.10.2013	61,18	75,71	114,01	69,95	19,07	98,37	63,61	33,92	150,43	70,03	148,83	21,08	80,72	44,78	33,71
01.11.2013	65,09	79,66	117,29	71,48	18,09	100,41	65,41	33,56	157,99	72,53	149,22	20,54	82,50	50,08	34,23
01.12.2013	68,45	84,23	119,68	76,73	19,10	103,29	70,85	38,15	166,31	74,03	156,61	22,57	80,39	51,18	35,43
01.01.2014	61,08	78,93	109,83	79,35	18,66	92,31	68,17	39,39	153,98	69,43	147,52	21,34	77,65	48,45	32,44
01.02.2014	64,21	84,96	113,04	83,01	18,70	95,37	75,86	42,16	156,17	74,11	154,61	21,53	80,85	50,06	32,77
01.03.2014	68,33	83,80	110,66	85,07	19,24	99,20	75,17	42,05	154,25	71,49	161,60	22,66	86,83	53,48	33,16
01.04.2014	75,12	81,38	113,77	90,23	19,83	104,72	74,48	43,51	150,46	72,25	164,94	23,43	89,54	49,32	35,26
01.05.2014	80,59	85,38	119,26	88,03	21,31	102,44	78,87	45,45	150,45	72,90	154,78	23,98	89,69	49,26	35,37
01.06.2014	86,17	88,53	112,82	93,58	21,50	109,84	80,49	44,87	158,17	73,57	153,07	27,36	93,13	51,08	36,62
01.07.2014	88,64	82,12	106,84	86,76	21,83	108,74	80,62	44,85	163,30	73,89	161,85	30,01	89,09	51,13	34,22
01.08.2014	95,04	83,79	112,44	94,52	21,79	108,92	84,38	47,03	169,19	85,46	162,38	30,92	92,33	53,07	36,34
01.09.2014	93,88	81,91	113,64	85,82	21,95	101,25	83,58	46,05	173,94	83,85	161,24	31,03	95,52	53,78	37,16
01.10.2014	100,64	84,17	111,43	87,88	21,50	101,78	85,79	43,69	180,02	89,58	139,64	30,31	96,59	53,99	36,75
01.11.2014	110,82	86,74	119,86	87,84	24,28	92,38	86,85	43,04	178,53	91,31	137,75	33,20	97,01	54,07	39,33
01.12.2014	103,30	87,32	116,63	79,92	24,44	96,07	88,42	40,34	184,25	96,42	137,21	32,56	94,32	56,24	37,30
01.01.2015	109,65	75,73	130,44	69,83	23,17	87,81	86,48	40,30	163,89	96,38	131,11	29,64	90,33	48,87	36,37
01.02.2015	120,22	76,80	135,36	72,98	26,11	91,36	98,95	43,94	180,41	105,91	138,50	29,83	92,46	55,43	38,25
01.03.2015	116,91	73,53	135,50	70,45	24,35	90,79	99,72	42,82	179,24	104,86	138,23	28,25	91,38	54,80	35,82
01.04.2015	117,59	73,15	129,42	76,48	25,70	96,05	103,36	45,92	187,30	99,25	147,52	29,41	90,10	57,22	36,13
01.05.2015	122,41	75,29	126,87	75,73	26,13	89,08	104,93	46,89	196,61	103,37	146,11	31,14	90,96	59,90	36,49
01.06.2015	118,34	73,40	126,05	75,29	24,48	84,26	108,52	46,08	199,71	103,10	142,23	27,69	89,17	61,70	34,95
01.07.2015	114,45	72,10	131,00	69,79	25,33	77,28	114,09	42,71	196,16	109,15	141,65	26,35	91,69	62,40	36,90
01.08.2015	106,54	72,73	118,74	67,78	23,25	70,74	97,42	39,72	180,99	108,62	129,32	25,97	85,99	58,75	35,31
01.09.2015	104,54	70,27	119,75	58,55	23,58	69,77	97,73	38,48	166,78	107,71	127,82	27,66	86,06	55,88	36,03

01.10.2015	113,26	69,45	135,40	65,39	25,92	80,38	108,76	46,66	179,97	115,90	123,51	31,07	93,14	58,88	38,37
01.11.2015	112,12	68,17	133,01	65,81	24,68	80,77	108,51	47,10	182,39	125,50	122,92	31,91	93,34	61,55	38,61
01.12.2015	100,19	66,18	133,04	61,56	24,59	80,54	100,48	47,19	173,58	123,97	122,48	31,84	95,40	60,95	39,22
01.01.2016	92,65	50,91	110,53	56,38	21,54	77,41	92,22	38,85	155,60	118,41	111,06	28,67	97,00	54,92	39,18
01.02.2016	92,03	53,12	108,74	62,90	23,89	74,70	91,93	44,96	144,01	116,87	116,61	27,34	97,71	52,32	39,37
01.03.2016	104,30	58,68	117,88	71,11	25,98	86,49	95,57	47,04	151,85	125,63	136,16	30,16	101,22	55,03	42,35
01.04.2016	89,71	62,53	125,18	72,21	25,09	92,64	99,38	49,10	158,74	126,76	131,21	28,23	104,85	58,73	41,22
01.05.2016	95,56	63,15	117,15	68,03	26,75	91,57	95,49	47,93	154,27	125,08	138,22	29,45	105,42	61,10	41,03
01.06.2016	92,05	58,35	121,58	71,12	26,42	96,04	94,14	46,39	144,31	121,51	139,10	30,84	114,28	58,17	41,70
01.07.2016	100,33	62,21	125,13	77,64	28,12	93,89	92,34	50,55	154,25	131,55	147,20	32,78	117,98	59,89	40,45
01.08.2016	102,15	63,30	121,19	77,62	29,22	92,15	91,57	50,52	164,59	127,63	145,60	33,75	112,44	63,68	40,26
01.09.2016	109,44	61,81	124,36	84,08	29,48	95,29	90,02	48,82	157,25	123,08	146,83	35,77	112,04	62,83	39,23
01.10.2016	109,91	64,11	134,45	79,05	28,51	96,98	89,85	51,13	173,80	116,70	142,06	33,04	110,01	65,34	39,63
01.11.2016	106,99	69,88	142,12	91,31	27,94	103,29	96,08	52,95	213,82	123,77	149,95	32,88	105,56	76,19	37,71
01.12.2016	112,69	71,86	149,23	88,62	28,32	110,06	101,03	54,37	234,20	128,93	154,82	34,62	110,02	81,24	39,59
01.01.2017	118,07	74,09	156,65	91,41	28,78	104,12	108,09	57,11	224,29	132,30	162,78	35,15	108,15	80,43	39,18
01.02.2017	133,29	77,99	172,76	93,13	32,30	105,20	107,54	59,63	242,62	139,34	167,72	34,56	116,71	86,59	39,55
01.03.2017	140,39	77,07	170,99	89,37	31,94	101,36	110,76	60,85	225,27	141,19	163,71	34,68	119,73	83,94	40,00
01.04.2017	140,38	77,20	178,69	98,53	32,20	100,73	112,92	60,57	219,47	151,02	150,69	34,76	118,69	83,14	41,03
01.05.2017	149,28	75,26	181,40	102,43	30,06	97,69	105,44	59,76	207,17	148,51	143,49	34,72	123,29	79,41	43,23
01.06.2017	141,32	82,40	192,65	104,40	29,84	99,50	103,79	60,83	218,34	149,26	146,03	32,68	128,01	88,35	42,65
01.07.2017	145,94	83,37	236,20	110,70	29,98	104,13	107,38	61,76	221,71	145,57	137,33	34,35	128,43	88,73	43,95
01.08.2017	160,93	84,54	233,48	114,97	30,99	102,63	99,59	65,21	220,15	145,83	135,78	33,97	128,09	88,34	43,67
01.09.2017	151,82	88,82	249,13	122,03	32,36	113,18	97,00	67,73	234,18	160,09	139,18	37,16	126,61	92,83	43,15
01.10.2017	166,52	93,79	252,82	132,88	32,86	111,63	96,26	70,75	239,40	162,26	147,79	44,39	135,76	97,79	44,43
01.11.2017	169,29	96,31	271,27	138,94	34,82	114,62	103,15	70,41	244,50	176,01	147,71	43,76	135,68	102,18	44,23
01.12.2017	167,31	97,88	290,57	155,12	37,17	121,72	105,80	70,06	252,32	186,45	148,65	45,31	136,90	104,54	44,70
01.01.2018	165,53	97,97	349,15	160,23	40,31	121,87	107,80	74,35	265,32	197,64	158,61	47,25	135,40	113,08	46,36
01.02.2018	176,10	96,45	356,88	152,92	43,78	108,82	102,34	69,15	260,41	179,31	150,99	48,38	127,26	113,50	42,11
01.03.2018	166,55	92,27	324,65	145,75	41,94	111,98	99,64	62,99	250,14	175,34	150,12	51,47	126,36	108,07	42,31
01.04.2018	164,05	97,68	330,27	142,76	43,30	122,85	99,53	62,53	236,71	182,83	141,84	51,01	124,73	106,90	42,47
01.05.2018	185,50	97,60	348,69	150,98	42,10	122,06	98,68	63,39	224,34	184,57	138,26	54,55	117,95	105,69	42,26
01.06.2018	184,46	97,30	333,86	134,84	42,41	125,23	103,97	65,57	219,84	194,11	138,21	49,41	120,54	102,92	43,11
01.07.2018	189,62	98,81	354,55	142,92	41,68	125,07	112,65	68,40	236,65	196,51	143,38	47,81	131,64	113,53	46,24
01.08.2018	226,83	105,60	341,10	138,85	47,45	117,34	112,02	69,76	237,03	199,75	144,91	48,14	133,80	113,78	44,19
01.09.2018	225,74	106,11	371,90	152,49	48,32	122,28	116,94	64,31	224,24	207,15	151,21	47,29	138,17	112,06	45,80
01.10.2018	224,29	106,84	386,47	153,31	47,81	125,33	114,78	63,19	225,71	196,38	149,03	47,03	139,10	113,82	45,88

Datum	MCD	MMM	MRK	MSFT	NKE	PFE	PG	TRV	UNH	UTX	VZ	WBA	WMT	XOM
01.09.2003	15,10	47,68	28,20	20,33	6,26	17,06	30,13	25,27	21,88	27,15	13,77	23,96	40,56	24,65
01.10.2003	16,04	54,44	24,83	19,11	6,58	17,75	31,90	26,22	22,12	29,76	14,26	27,23	42,81	24,63
01.11.2003	16,44	54,56	22,78	18,90	6,93	18,86	31,54	25,51	23,43	30,11	14,12	28,79	40,47	24,38
01.12.2003	16,18	58,95	25,92	20,12	7,05	19,94	32,73	27,26	25,29	33,58	15,08	28,48	38,58	27,80
01.01.2004	16,77	54,83	26,95	20,33	7,19	20,67	33,13	29,19	26,47	33,85	15,85	27,05	39,23	27,66
01.02.2004	18,44	54,09	27,22	19,51	7,56	20,68	33,91	29,61	26,95	32,63	16,67	27,92	43,39	28,59
01.03.2004	18,61	57,01	25,01	18,33	8,03	19,87	34,69	27,72	28,01	30,80	15,89	25,83	43,49	28,38
01.04.2004	17,74	60,22	26,81	19,21	7,43	20,27	34,99	28,38	26,75	30,79	16,41	27,03	41,62	29,03
01.05.2004	17,20	58,88	26,98	19,29	7,35	20,03	36,01	27,83	28,39	30,20	15,21	27,44	40,69	29,51
01.06.2004	16,94	62,95	27,10	21,00	7,83	19,50	36,36	28,44	27,09	32,93	15,92	28,42	38,43	30,50
01.07.2004	17,92	57,60	26,07	20,95	7,52	18,18	34,83	26,14	27,37	33,66	16,96	28,57	38,80	31,79
01.08.2004	17,60	57,60	25,85	20,07	7,79	18,58	37,56	24,46	28,78	33,80	17,50	28,61	38,55	31,66
01.09.2004	18,26	56,19	18,97	20,39	8,15	17,50	36,31	23,32	32,09	33,87	17,56	28,16	39,03	33,39
01.10.2004	18,99	54,50	18,15	20,63	8,42	16,56	34,34	24,10	31,51	33,67	17,43	28,21	39,56	34,00
01.11.2004	20,03	55,92	16,25	19,77	8,77	15,88	36,05	25,89	36,05	35,39	18,57	30,01	38,19	35,40
01.12.2004	21,27	57,92	18,63	19,76	9,39	15,47	37,13	26,31	38,31	37,76	18,25	30,20	38,75	35,60
01.01.2005	21,49	59,53	16,49	19,43	8,99	13,90	35,89	26,81	38,69	36,78	16,03	33,54	38,54	35,84
01.02.2005	21,95	59,24	18,63	18,60	9,02	15,13	35,95	27,36	39,67	36,49	16,38	33,71	37,96	43,97
01.03.2005	20,66	60,78	19,03	17,93	8,64	15,23	35,89	26,23	41,50	37,46	16,17	35,01	36,85	41,60
01.04.2005	19,45	54,24	20,16	18,77	7,98	15,75	36,67	25,71	41,15	37,48	16,30	33,93	34,77	39,80
01.05.2005	20,53	54,36	19,30	19,14	8,54	16,17	37,54	27,20	42,31	39,32	16,32	35,73	34,84	39,23
01.06.2005	18,41	51,56	18,32	18,48	9,00	16,10	35,91	28,39	45,41	38,17	15,93	36,28	35,67	40,32
01.07.2005	20,68	53,49	18,69	19,06	8,72	15,47	37,87	31,80	45,55	37,68	15,79	37,76	36,52	41,21
01.08.2005	21,53	50,74	16,99	20,37	8,21	14,87	37,96	31,07	44,85	37,16	15,28	36,55	33,27	42,02
01.09.2005	22,22	52,62	16,60	19,20	8,50	14,68	40,68	32,42	48,94	38,70	15,27	34,33	32,53	44,79
01.10.2005	20,97	54,50	17,22	19,18	8,76	12,78	38,31	32,71	50,41	38,28	14,72	35,89	35,12	39,58
01.11.2005	22,46	56,30	17,94	20,66	8,89	12,46	39,33	33,80	52,13	40,19	15,15	36,09	36,05	40,91
01.12.2005	22,83	55,89	19,65	19,57	9,04	13,83	39,80	32,45	54,12	41,91	14,27	35,02	34,74	39,80
01.01.2006	23,71	52,47	21,32	21,07	8,45	15,23	40,73	33,13	51,75	43,75	15,00	34,24	34,33	44,46
01.02.2006	23,64	53,07	21,54	20,11	9,06	15,53	41,41	31,38	50,71	43,85	16,20	35,49	33,77	42,07
01.03.2006	23,27	54,93	21,77	20,43	8,88	14,92	39,82	30,51	48,65	43,61	16,37	34,17	35,17	43,35
01.04.2006	23,41	62,00	21,50	18,14	8,56	15,16	40,22	32,32	43,34	47,26	15,88	33,22	33,65	44,93
01.05.2006	22,46	60,71	20,80	17,01	8,40	14,16	37,69	32,31	38,30	47,04	15,20	32,17	36,21	43,39
01.06.2006	22,75	58,93	23,02	17,57	8,47	14,18	38,63	32,72	39,02	47,91	16,31	35,59	36,12	43,92
01.07.2006	23,96	51,36	25,45	18,14	8,28	15,71	39,05	33,82	41,68	46,98	16,47	37,12	33,37	48,50
01.08.2006	24,31	52,31	25,62	19,38	8,46	16,65	43,25	32,42	45,27	47,37	17,37	39,25	33,54	48,45

01.09.2006	26,49	54,65	26,72	20,70	9,18	17,30	43,30	34,63	42,87	48,07	18,33	35,28	37,13	48,26
01.10.2006	28,39	57,90	28,97	21,72	9,65	16,25	44,29	37,98	42,50	49,86	18,27	34,72	37,10	51,37
01.11.2006	28,42	59,82	28,39	22,22	10,39	16,77	44,09	38,49	42,77	48,96	18,12	32,18	34,70	55,24
01.12.2006	30,75	57,55	27,81	22,67	10,40	15,94	45,13	39,88	46,82	47,63	19,32	36,54	34,76	55,35
01.01.2007	30,77	54,87	28,78	23,43	10,39	16,15	45,55	37,96	45,54	51,82	19,98	36,07	36,03	53,53
01.02.2007	30,31	54,71	28,40	21,39	10,99	15,36	44,80	37,89	45,47	50,01	19,63	35,59	36,50	51,78
01.03.2007	31,25	56,80	28,41	21,23	11,18	15,71	44,56	38,65	46,15	49,71	19,90	36,60	35,47	54,73
01.04.2007	33,49	61,51	33,37	22,81	11,35	16,46	45,44	40,59	46,26	51,34	20,04	35,02	36,38	57,58
01.05.2007	35,07	65,37	34,02	23,38	11,96	17,10	45,09	40,65	47,75	53,96	23,11	36,00	36,14	60,33
01.06.2007	35,21	64,86	32,30	22,53	12,29	16,08	43,41	40,14	44,58	54,46	21,86	34,79	36,69	61,11
01.07.2007	33,21	66,45	32,45	22,16	11,94	14,78	43,89	38,31	42,22	56,03	22,62	35,30	35,05	62,02
01.08.2007	34,16	68,00	32,79	21,96	11,91	15,62	46,59	38,12	43,60	57,30	22,46	36,01	33,28	62,46
01.09.2007	37,79	70,32	33,78	22,60	12,40	15,54	50,18	37,97	42,22	62,07	23,75	37,83	33,46	67,70
01.10.2007	41,45	64,89	38,36	28,24	14,06	15,66	49,60	39,61	42,85	59,07	24,71	31,75	34,65	67,29
01.11.2007	40,56	62,56	39,09	25,77	13,93	15,12	53,06	40,29	47,95	57,66	23,42	29,30	36,72	65,22
01.12.2007	41,94	63,73	38,27	27,40	13,63	14,64	52,64	40,82	50,74	59,28	23,68	30,57	36,43	68,80
01.01.2008	38,15	60,20	30,56	25,09	13,06	15,05	46,90	36,69	44,32	56,75	21,04	28,13	39,07	62,93
01.02.2008	38,52	59,26	29,36	20,93	12,82	14,35	47,69	35,40	40,52	54,61	19,89	29,31	38,18	63,89
01.03.2008	39,98	60,20	25,15	21,93	14,48	13,67	50,49	36,50	29,96	53,53	19,96	30,66	40,56	62,38
01.04.2008	42,71	58,49	25,43	22,03	14,28	13,14	48,32	38,68	28,47	56,37	21,17	28,05	44,86	68,64
01.05.2008	42,52	58,99	26,05	21,88	14,61	12,65	47,87	38,23	29,85	55,26	21,43	28,99	44,67	65,46
01.06.2008	40,30	53,27	25,20	21,33	12,74	11,59	44,07	33,31	22,90	48,20	19,72	26,23	43,66	65,28
01.07.2008	43,14	53,89	22,22	19,94	12,58	12,39	47,45	34,06	24,50	49,98	18,96	27,71	45,54	59,58
01.08.2008	44,73	54,81	24,09	21,16	13,00	12,68	50,88	34,09	26,57	51,24	19,82	29,40	45,89	59,27
01.09.2008	44,78	52,66	21,31	20,78	14,35	12,44	50,82	34,90	22,15	47,15	18,11	25,06	46,72	57,82
01.10.2008	42,05	49,57	21,13	17,38	12,40	11,95	47,07	33,08	20,71	43,14	16,75	20,61	43,53	55,19
01.11.2008	42,64	51,60	18,24	15,74	11,46	11,08	47,23	33,94	18,33	38,10	18,75	20,02	43,59	59,68
01.12.2008	45,54	44,72	20,76	15,24	10,98	12,16	45,37	35,14	23,21	42,39	19,46	20,07	43,73	59,78
01.01.2009	42,49	41,81	19,77	13,40	9,79	10,01	40,00	30,25	24,72	37,95	17,15	22,29	36,91	57,27
01.02.2009	38,26	35,33	16,76	12,66	8,98	8,45	35,60	28,30	17,15	32,29	16,64	19,41	38,57	50,85
01.03.2009	40,33	39,06	18,53	14,50	10,14	9,55	34,80	31,82	18,26	34,28	17,61	21,20	40,81	51,25
01.04.2009	39,39	45,25	17,07	15,99	11,42	9,37	36,54	32,49	20,55	38,96	17,69	25,67	39,71	50,18
01.05.2009	43,60	44,86	19,42	16,49	12,41	10,65	38,72	32,12	23,24	41,96	17,32	24,33	39,19	52,19
01.06.2009	42,49	47,63	19,69	18,88	11,27	10,64	38,09	32,42	21,83	41,75	18,19	24,10	38,37	52,93
01.07.2009	41,03	55,89	21,43	18,68	12,38	11,30	41,38	34,25	24,52	43,76	18,98	25,45	39,51	53,29
01.08.2009	41,91	57,14	23,16	19,58	12,10	11,84	40,66	40,10	24,47	47,69	18,68	27,77	40,29	52,35
01.09.2009	42,90	58,91	22,59	20,54	14,14	11,85	43,52	39,15	21,88	49,29	18,22	30,85	39,09	52,26

01.10.2009	44,06	58,73	22,35	22,15	13,65	12,20	43,58	39,84	22,68	49,71	17,81	31,15	39,56	54,59
01.11.2009	47,55	61,82	26,17	23,49	14,25	13,01	47,21	41,92	25,05	54,39	19,26	32,02	43,44	57,18
01.12.2009	47,35	66,43	26,41	24,45	14,50	13,15	45,91	39,89	26,63	56,46	20,28	30,34	42,57	52,24
01.01.2010	47,34	64,67	27,88	22,61	14,05	13,49	46,60	40,81	28,84	54,89	18,01	29,79	42,76	49,36
01.02.2010	48,41	64,40	26,93	23,00	14,90	12,69	48,26	42,35	29,59	55,84	17,98	29,12	43,28	49,80
01.03.2010	51,02	67,59	27,27	23,61	16,20	12,52	48,25	43,44	28,55	60,26	19,28	30,77	44,50	51,65
01.04.2010	53,98	71,71	25,85	24,61	16,80	12,20	47,40	41,11	26,49	61,36	17,96	29,16	43,17	52,26
01.05.2010	51,14	64,14	24,86	20,79	16,02	11,12	46,94	40,09	25,43	55,16	17,39	26,58	40,70	46,62
01.06.2010	50,79	64,29	25,80	18,63	14,95	10,52	46,09	39,91	24,84	53,45	17,70	22,24	38,92	44,31
01.07.2010	53,77	69,62	25,71	20,90	16,36	11,06	47,00	41,19	26,74	58,55	19,58	23,78	41,44	46,34
01.08.2010	56,34	63,93	26,23	19,00	15,55	11,74	46,21	39,99	27,86	53,70	20,25	22,39	40,59	45,89
01.09.2010	57,89	71,01	27,46	19,93	17,80	12,81	46,44	42,53	30,84	59,01	22,35	28,08	43,58	48,32
01.10.2010	60,42	68,97	27,37	21,71	18,16	12,99	49,23	45,39	31,78	61,94	22,28	28,40	44,11	51,99
01.11.2010	60,83	68,78	25,98	20,56	19,21	12,16	47,66	44,40	32,19	62,36	22,28	29,21	44,04	54,39
01.12.2010	60,10	71,12	27,17	22,86	19,05	13,20	50,20	45,81	31,83	65,59	24,90	32,82	43,91	57,54
01.01.2011	57,68	72,46	25,27	22,71	18,46	13,73	49,27	46,57	36,31	67,74	24,79	34,06	45,91	63,48
01.02.2011	59,26	76,01	24,81	21,77	19,92	14,50	49,57	49,61	37,66	69,61	26,03	36,51	42,56	67,30
01.03.2011	60,06	77,52	25,15	20,91	16,94	15,47	48,43	49,23	39,98	70,89	27,18	33,95	42,62	66,55
01.04.2011	61,82	80,59	27,71	21,35	18,49	15,97	51,02	52,70	43,67	75,02	26,64	36,13	45,33	69,59
01.05.2011	64,37	78,25	28,32	20,60	18,96	16,33	53,11	51,70	43,42	73,50	26,38	36,90	45,53	66,03
01.06.2011	67,06	79,10	27,20	21,56	20,21	15,84	50,39	48,62	45,75	74,53	26,59	36,06	44,10	64,74
01.07.2011	68,77	72,67	26,59	22,72	20,32	14,80	48,74	46,22	44,17	69,75	25,20	33,15	43,75	63,47
01.08.2011	71,90	69,20	25,79	22,05	19,53	14,59	50,89	42,31	42,29	62,52	26,17	29,90	44,15	58,88
01.09.2011	70,31	60,27	25,47	20,77	19,28	13,75	50,49	40,86	41,04	59,64	26,63	28,10	43,39	58,16
01.10.2011	74,34	66,34	27,20	22,22	21,80	14,97	51,14	49,34	42,86	66,10	26,76	28,36	47,42	62,53
01.11.2011	76,48	68,04	28,19	21,34	21,76	15,60	52,03	47,56	43,55	64,93	27,68	28,81	49,24	64,41
01.12.2011	80,93	69,10	29,72	21,82	21,80	16,99	53,75	50,03	45,26	62,33	29,43	28,44	49,96	68,28
01.01.2012	79,90	73,31	30,53	24,82	23,61	16,80	50,79	49,66	46,41	66,82	27,63	28,70	51,62	67,46
01.02.2012	80,09	74,07	30,45	26,68	24,51	16,59	54,92	49,38	49,95	71,52	28,32	28,52	49,70	69,68
01.03.2012	79,69	75,94	30,64	27,30	24,62	17,97	54,58	50,43	52,81	71,13	28,41	29,00	51,48	70,25
01.04.2012	79,16	76,06	31,66	27,09	25,49	18,17	51,69	55,19	50,46	70,02	30,01	30,35	49,89	69,93
01.05.2012	72,57	71,85	30,32	24,70	24,65	17,35	51,02	53,62	50,12	63,56	31,35	26,42	55,74	63,69
01.06.2012	72,48	76,80	33,68	26,05	20,07	18,43	50,17	54,78	52,57	65,19	33,46	25,79	59,44	69,78
01.07.2012	73,16	78,19	36,02	25,10	21,34	19,26	52,86	54,17	46,08	64,25	33,99	31,70	63,46	70,83
01.08.2012	73,26	79,37	35,11	26,25	22,26	19,12	55,51	55,97	48,98	68,92	32,70	31,17	61,90	71,19
01.09.2012	75,71	79,72	36,78	25,52	21,78	20,10	57,30	59,02	49,98	68,04	34,70	32,01	63,26	75,06
01.10.2012	71,62	75,56	37,57	24,47	20,97	20,11	57,20	61,77	50,71	67,93	33,99	30,95	64,30	74,83

01.11.2012	71,82	78,45	36,47	22,82	22,36	20,23	58,16	61,67	49,26	69,62	33,96	29,79	61,73	72,35
01.12.2012	73,44	80,62	33,71	23,09	23,68	20,46	56,55	62,54	49,12	71,77	33,31	32,78	58,48	71,49
01.01.2013	79,33	87,31	35,95	23,73	24,91	22,26	62,60	68,75	50,20	76,64	33,57	35,39	60,29	74,31
01.02.2013	79,84	90,30	35,52	24,03	25,10	22,53	63,97	70,47	48,60	79,24	36,24	36,26	61,01	73,96
01.03.2013	83,67	92,88	36,74	24,94	27,30	23,75	64,70	73,77	52,02	82,25	38,28	36,64	64,50	74,90
01.04.2013	85,72	91,48	39,45	28,85	29,42	23,93	64,46	75,27	54,70	80,37	41,98	44,14	67,42	73,97
01.05.2013	81,05	96,34	39,19	30,42	28,53	22,41	64,93	73,78	57,17	83,55	38,15	42,58	64,92	75,20
01.06.2013	83,74	96,08	38,98	30,32	29,56	23,25	65,12	70,43	59,77	82,28	39,62	39,63	65,01	75,62
01.07.2013	82,96	103,18	40,80	27,95	29,21	24,26	67,92	74,08	67,08	93,46	38,94	45,05	68,02	78,47
01.08.2013	79,81	99,79	40,05	29,31	29,16	23,60	66,37	70,84	66,06	88,62	37,66	43,10	63,69	72,95
01.09.2013	82,04	105,50	40,32	29,42	33,83	24,04	64,41	75,16	65,94	95,94	37,10	48,55	64,94	72,51
01.10.2013	82,30	111,19	38,53	31,30	35,28	25,68	68,81	76,99	63,09	94,54	40,15	53,45	67,38	75,53
01.11.2013	83,02	117,95	42,58	33,70	36,86	26,55	72,33	80,95	68,84	98,64	39,89	53,42	71,13	78,78
01.12.2013	83,42	124,52	42,77	33,32	36,62	25,83	69,92	80,77	69,60	101,82	39,51	52,10	69,09	85,87
01.01.2014	80,96	113,81	45,68	33,70	34,03	25,63	65,80	72,93	67,06	102,01	38,61	52,02	65,95	78,20
01.02.2014	81,81	119,62	49,15	34,12	36,58	27,08	68,07	75,23	71,69	104,70	38,67	61,63	65,97	81,69
01.03.2014	85,00	121,23	48,96	36,78	34,61	27,31	69,74	76,36	76,07	105,08	38,66	60,47	67,49	83,47
01.04.2014	87,91	124,30	50,89	36,25	34,19	26,60	71,43	81,76	69,87	106,42	37,98	62,18	70,85	87,51
01.05.2014	87,95	127,39	50,29	36,73	36,04	25,19	70,47	84,35	74,15	104,53	41,05	65,85	68,23	85,90
01.06.2014	88,05	128,79	50,28	37,68	36,46	25,46	68,55	84,91	76,12	104,35	40,21	68,20	67,13	86,62
01.07.2014	82,65	126,68	49,68	39,00	36,26	24,62	67,44	81,31	75,82	95,04	41,43	63,27	65,80	85,12
01.08.2014	81,92	129,48	52,63	41,05	36,93	25,43	73,07	85,98	81,09	97,60	41,38	55,68	67,52	85,57
01.09.2014	84,31	128,15	51,91	42,15	42,32	25,59	73,62	85,28	80,69	95,99	41,52	54,83	68,84	81,48
01.10.2014	83,35	139,09	51,10	42,69	44,11	25,92	76,73	92,05	89,26	97,26	41,74	59,41	68,66	83,78
01.11.2014	86,09	144,80	53,27	43,47	47,10	26,96	80,11	95,38	92,66	100,06	42,49	63,47	78,80	78,44
01.12.2014	84,06	149,43	50,09	42,50	45,61	27,19	80,70	96,66	94,97	105,11	39,29	70,85	77,31	80,67
01.01.2015	82,93	147,59	53,57	36,96	43,89	27,28	74,67	94,39	100,20	104,91	38,39	68,57	76,92	76,28
01.02.2015	88,73	153,36	52,02	40,12	46,21	29,96	75,95	98,63	107,16	111,42	42,02	77,24	75,97	77,26
01.03.2015	88,18	150,93	51,08	37,47	47,87	30,64	73,11	99,26	111,55	107,69	41,33	79,06	74,45	74,73
01.04.2015	87,37	143,10	53,36	44,82	47,16	29,88	70,94	93,29	105,41	104,52	42,87	77,43	71,08	76,81
01.05.2015	86,81	145,56	54,55	43,18	48,51	30,60	70,50	93,30	113,74	107,67	42,49	80,15	67,63	74,90
01.06.2015	86,78	142,08	51,00	40,95	51,68	29,77	70,37	89,19	115,44	102,49	40,06	79,15	65,00	73,75
01.07.2015	91,15	139,35	53,22	43,31	55,13	32,02	68,98	98,52	115,36	92,68	40,21	90,58	65,96	70,21
01.08.2015	88,84	130,88	48,61	40,36	53,47	29,53	64,08	94,14	109,94	84,64	40,01	81,13	59,32	66,69
01.09.2015	90,73	131,45	44,58	41,32	58,83	28,11	65,23	92,40	110,23	82,76	37,83	78,20	59,82	66,52
01.10.2015	103,36	145,77	49,77	49,14	62,85	30,26	69,26	105,47	112,40	91,52	40,76	79,69	52,81	74,03
01.11.2015	105,12	145,18	48,26	50,74	63,45	29,32	68,47	107,04	107,56	89,32	40,03	79,07	54,29	73,06

01.12.2015	109,64	140,59	48,09	52,14	59,96	29,12	72,65	105,44	112,27	89,92	40,71	80,49	56,56	70,35
01.01.2016	114,87	140,93	46,53	51,78	59,63	27,50	74,74	100,54	110,37	82,08	44,02	75,35	61,74	70,26
01.02.2016	108,76	146,41	46,11	47,82	59,23	26,76	74,10	100,99	114,15	90,43	45,23	74,61	61,72	72,33
01.03.2016	117,52	156,64	48,59	52,28	59,11	27,00	75,96	109,62	123,54	94,39	48,22	80,00	63,72	76,12
01.04.2016	118,28	157,34	50,80	47,21	56,83	29,80	73,94	103,80	126,73	98,42	45,42	75,29	62,68	80,50
01.05.2016	114,14	158,23	52,12	50,17	53,24	31,61	75,40	107,80	128,64	94,84	45,87	73,50	66,34	81,07
01.06.2016	112,53	165,72	53,37	48,78	53,22	32,37	78,78	112,43	135,89	97,34	50,32	79,44	68,94	86,09
01.07.2016	110,82	168,78	54,78	54,03	53,67	33,91	79,64	110,41	138,44	102,18	49,93	75,60	68,89	81,69
01.08.2016	108,95	169,62	58,64	54,77	55,73	31,99	81,87	112,78	131,53	101,03	47,63	77,00	67,45	80,02
01.09.2016	109,51	167,81	58,29	55,25	50,91	31,39	84,16	108,83	135,35	97,03	47,31	77,26	68,56	80,84
01.10.2016	106,86	157,40	55,24	57,47	48,79	29,39	81,39	103,36	137,27	97,60	43,78	79,28	66,56	77,17
01.11.2016	113,22	163,53	57,57	57,80	48,68	29,79	77,92	108,30	153,77	102,87	45,94	81,20	66,95	80,85
01.12.2016	116,45	171,05	55,38	60,01	50,29	29,68	79,45	116,96	156,06	105,33	49,14	79,68	65,70	84,34
01.01.2017	117,26	167,53	58,77	62,43	51,62	29,70	82,78	113,18	158,07	105,38	45,12	78,89	63,90	78,38
01.02.2017	122,12	178,58	62,44	61,78	55,78	31,94	86,74	117,46	161,26	108,15	46,18	83,16	67,91	75,98
01.03.2017	124,91	184,55	60,24	63,98	54,38	32,35	85,58	115,83	159,93	108,46	45,36	80,32	69,01	77,33
01.04.2017	134,85	188,89	59,52	66,51	54,24	32,08	83,18	117,55	171,16	115,02	42,71	83,69	72,51	76,99
01.05.2017	145,41	197,22	62,17	67,85	51,87	30,88	84,54	120,63	171,46	117,23	43,91	78,35	75,80	75,90
01.06.2017	147,60	202,01	61,20	67,35	57,75	32,07	83,64	122,26	181,48	118,68	42,05	76,07	73,48	76,84
01.07.2017	150,45	195,20	61,44	71,03	58,00	31,66	87,16	124,49	188,51	115,24	45,57	78,36	77,66	76,18
01.08.2017	155,13	198,25	61,42	73,06	51,87	32,39	89,25	117,77	195,48	116,35	45,75	79,17	75,80	72,65
01.09.2017	152,84	204,84	61,59	73,17	51,10	34,42	88,00	119,07	192,48	113,50	47,20	75,38	76,34	78,79
01.10.2017	162,82	224,64	53,37	81,71	54,20	33,80	83,51	129,52	207,39	117,10	45,66	64,69	85,30	80,10
01.11.2017	167,76	237,28	53,55	82,68	59,55	34,96	87,69	132,57	225,09	115,27	49,12	71,03	94,99	80,05
01.12.2017	168,90	230,85	54,52	84,45	61,65	35,24	89,54	132,64	218,22	125,48	51,09	71,30	96,48	81,13
01.01.2018	167,94	245,69	57,89	93,80	67,46	36,04	84,14	147,39	234,38	135,75	52,19	73,89	104,70	84,68
01.02.2018	154,79	230,99	52,98	92,57	66,28	35,33	77,10	136,65	223,86	132,54	46,61	67,64	88,40	73,46
01.03.2018	154,43	216,58	53,22	90,53	65,70	34,85	77,85	136,52	211,83	124,45	46,68	64,66	87,38	73,11
01.04.2018	165,35	191,78	58,02	92,76	67,83	35,95	71,03	130,05	234,77	118,84	48,18	65,63	87,40	76,18
01.05.2018	158,01	194,59	58,67	98,04	71,21	35,28	72,51	127,01	239,85	123,46	47,12	61,62	81,55	79,60
01.06.2018	154,74	195,41	59,83	98,23	79,03	35,97	77,36	120,90	243,65	124,37	49,73	59,64	85,16	81,89
01.07.2018	156,56	210,91	65,42	105,67	76,49	39,59	80,15	129,38	252,37	135,02	51,05	67,19	88,71	80,68
01.08.2018	161,22	209,52	68,13	111,90	81,76	41,17	82,95	130,84	267,56	131,00	54,37	68,13	95,31	79,35
01.09.2018	167,29	210,71	70,46	114,37	84,47	44,07	83,23	128,96	265,15	139,81	53,39	72,90	93,91	85,02
01.10.2018	166,57	213,19	71,03	112,13	74,82	44,91	82,15	130,13	269,20	139,06	54,94	72,51	93,31	85,34

Příloha č. 2: Kovarianční matice výnosů

	AAPL	AXP	BA	CAT	CSCO	CVX	DIS	DWDP	GS	HD	IBM	INTC	JNJ	JPM	KO
AAPL	0,0089	0,0032	0,0019	0,0027	0,0023	0,0017	0,0019	0,0038	0,0029	0,0012	0,0017	0,0029	0,0006	0,0012	0,0009
AXP	0,0032	0,0087	0,0032	0,0045	0,0031	0,0014	0,0030	0,0082	0,0033	0,0024	0,0016	0,0023	0,0010	0,0040	0,0010
BA	0,0019	0,0032	0,0051	0,0025	0,0021	0,0016	0,0023	0,0040	0,0021	0,0014	0,0009	0,0017	0,0011	0,0021	0,0010
CAT	0,0027	0,0045	0,0025	0,0078	0,0030	0,0026	0,0026	0,0058	0,0034	0,0021	0,0017	0,0026	0,0009	0,0029	0,0013
CSCO	0,0023	0,0031	0,0021	0,0030	0,0054	0,0012	0,0020	0,0038	0,0025	0,0020	0,0019	0,0027	0,0007	0,0023	0,0008
CVX	0,0017	0,0014	0,0016	0,0026	0,0012	0,0034	0,0014	0,0019	0,0016	0,0008	0,0010	0,0012	0,0007	0,0011	0,0008
DIS	0,0019	0,0030	0,0023	0,0026	0,0020	0,0014	0,0036	0,0041	0,0023	0,0016	0,0013	0,0016	0,0009	0,0022	0,0011
DWDP	0,0038	0,0082	0,0040	0,0058	0,0038	0,0019	0,0041	0,0124	0,0042	0,0028	0,0021	0,0028	0,0012	0,0046	0,0013
GS	0,0029	0,0033	0,0021	0,0034	0,0025	0,0016	0,0023	0,0042	0,0067	0,0015	0,0019	0,0020	0,0008	0,0039	0,0010
HD	0,0012	0,0024	0,0014	0,0021	0,0020	0,0008	0,0016	0,0028	0,0015	0,0037	0,0011	0,0015	0,0005	0,0021	0,0006
IBM	0,0017	0,0016	0,0009	0,0017	0,0019	0,0010	0,0013	0,0021	0,0019	0,0011	0,0027	0,0016	0,0006	0,0015	0,0006
INTC	0,0029	0,0023	0,0017	0,0026	0,0027	0,0012	0,0016	0,0028	0,0020	0,0015	0,0016	0,0051	0,0010	0,0015	0,0010
JNJ	0,0006	0,0010	0,0011	0,0009	0,0007	0,0007	0,0009	0,0012	0,0008	0,0005	0,0006	0,0010	0,0015	0,0010	0,0009
JPM	0,0012	0,0040	0,0021	0,0029	0,0023	0,0011	0,0022	0,0046	0,0039	0,0021	0,0015	0,0015	0,0010	0,0056	0,0009
KO	0,0009	0,0010	0,0010	0,0013	0,0008	0,0008	0,0011	0,0013	0,0010	0,0006	0,0006	0,0010	0,0009	0,0009	0,0020
MCD	0,0012	0,0008	0,0008	0,0012	0,0006	0,0010	0,0009	0,0008	0,0009	0,0005	0,0006	0,0009	0,0007	0,0008	0,0009
MMM	0,0016	0,0026	0,0019	0,0026	0,0018	0,0013	0,0016	0,0033	0,0015	0,0015	0,0010	0,0016	0,0009	0,0017	0,0009
MRK	0,0007	0,0008	0,0016	0,0010	0,0009	0,0008	0,0010	0,0011	0,0009	0,0002	0,0005	0,0010	0,0010	0,0008	0,0011
MSFT	0,0022	0,0022	0,0013	0,0021	0,0022	0,0013	0,0014	0,0027	0,0023	0,0012	0,0010	0,0022	0,0008	0,0020	0,0011
NKE	0,0015	0,0023	0,0014	0,0019	0,0018	0,0005	0,0017	0,0030	0,0016	0,0013	0,0008	0,0014	0,0006	0,0018	0,0009
PFE	0,0001	0,0013	0,0015	0,0016	0,0011	0,0010	0,0012	0,0015	0,0010	0,0010	0,0004	0,0007	0,0010	0,0018	0,0009
PG	0,0008	0,0011	0,0006	0,0011	0,0009	0,0006	0,0008	0,0013	0,0005	0,0005	0,0004	0,0006	0,0008	0,0008	0,0008
TRV	0,0013	0,0016	0,0015	0,0018	0,0012	0,0012	0,0013	0,0019	0,0016	0,0012	0,0009	0,0016	0,0009	0,0017	0,0010
UNH	0,0014	0,0021	0,0019	0,0017	0,0011	0,0007	0,0014	0,0026	0,0011	0,0011	0,0009	0,0011	0,0008	0,0015	0,0003
UTX	0,0015	0,0025	0,0023	0,0029	0,0019	0,0013	0,0018	0,0034	0,0021	0,0011	0,0011	0,0015	0,0010	0,0021	0,0007
VZ	0,0009	0,0007	0,0008	0,0013	0,0007	0,0011	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0004	0,0007	0,0007	0,0003	0,0009
WBA	0,0012	0,0023	0,0019	0,0021	0,0015	0,0012	0,0020	0,0030	0,0017	0,0015	0,0011	0,0012	0,0010	0,0014	0,0009
WMT	0,0001	0,0005	0,0003	0,0006	0,0004	0,0001	0,0005	0,0006	0,0006	0,0009	0,0004	0,0006	0,0006	0,0007	0,0006
XOM	0,0013	0,0009	0,0011	0,0018	0,0007	0,0023	0,0009	0,0012	0,0011	0,0004	0,0007	0,0007	0,0006	0,0007	0,0007

	MCD	MMM	MRK	MSFT	NKE	PFE	PG	TRV	UNH	UTX	VZ	WBA	WMT	XOM
AAPL	0,0012	0,0016	0,0007	0,0022	0,0015	0,0001	0,0008	0,0013	0,0014	0,0009	0,0012	0,0001	0,0013	0,0009
AXP	0,0008	0,0026	0,0008	0,0022	0,0023	0,0013	0,0011	0,0016	0,0021	0,0007	0,0023	0,0005	0,0009	0,0007
BA	0,0008	0,0019	0,0016	0,0013	0,0014	0,0015	0,0006	0,0015	0,0019	0,0008	0,0019	0,0003	0,0011	0,0008
CAT	0,0012	0,0026	0,0010	0,0021	0,0019	0,0016	0,0011	0,0018	0,0017	0,0013	0,0021	0,0006	0,0018	0,0013
CSCO	0,0006	0,0018	0,0009	0,0022	0,0018	0,0011	0,0009	0,0012	0,0011	0,0007	0,0015	0,0004	0,0007	0,0007
CVX	0,0010	0,0013	0,0008	0,0013	0,0005	0,0010	0,0006	0,0012	0,0007	0,0011	0,0012	0,0001	0,0023	0,0011
DIS	0,0009	0,0016	0,0010	0,0014	0,0017	0,0012	0,0008	0,0013	0,0014	0,0008	0,0020	0,0005	0,0009	0,0008
DWDP	0,0008	0,0033	0,0011	0,0027	0,0030	0,0015	0,0013	0,0019	0,0026	0,0008	0,0030	0,0006	0,0012	0,0008
GS	0,0009	0,0015	0,0009	0,0023	0,0016	0,0010	0,0005	0,0016	0,0011	0,0007	0,0017	0,0006	0,0011	0,0007
HD	0,0005	0,0015	0,0002	0,0012	0,0013	0,0010	0,0005	0,0012	0,0011	0,0007	0,0015	0,0009	0,0004	0,0007
IBM	0,0006	0,0010	0,0005	0,0010	0,0008	0,0004	0,0004	0,0009	0,0009	0,0004	0,0011	0,0004	0,0007	0,0004
INTC	0,0009	0,0016	0,0010	0,0022	0,0014	0,0007	0,0006	0,0016	0,0011	0,0007	0,0012	0,0006	0,0007	0,0007
JNJ	0,0007	0,0009	0,0010	0,0008	0,0006	0,0010	0,0008	0,0009	0,0008	0,0007	0,0010	0,0006	0,0006	0,0007
JPM	0,0008	0,0017	0,0008	0,0020	0,0018	0,0018	0,0008	0,0017	0,0015	0,0003	0,0014	0,0007	0,0007	0,0003
KO	0,0009	0,0009	0,0011	0,0011	0,0009	0,0009	0,0008	0,0010	0,0003	0,0009	0,0009	0,0006	0,0007	0,0009
MCD	0,0019	0,0005	0,0007	0,0010	0,0009	0,0008	0,0006	0,0009	0,0007	0,0008	0,0006	0,0005	0,0008	0,0008
MMM	0,0005	0,0030	0,0005	0,0009	0,0012	0,0009	0,0009	0,0014	0,0009	0,0007	0,0015	0,0006	0,0009	0,0007
MRK	0,0007	0,0005	0,0044	0,0013	0,0002	0,0018	0,0007	0,0011	0,0014	0,0010	0,0007	0,0003	0,0009	0,0010
MSFT	0,0010	0,0009	0,0013	0,0042	0,0012	0,0009	0,0005	0,0011	0,0006	0,0010	0,0009	0,0004	0,0008	0,0010
NKE	0,0009	0,0012	0,0002	0,0012	0,0037	0,0007	0,0007	0,0011	0,0007	0,0005	0,0014	0,0006	0,0003	0,0005
PFE	0,0008	0,0009	0,0018	0,0009	0,0007	0,0028	0,0008	0,0011	0,0014	0,0009	0,0010	0,0004	0,0009	0,0009
PG	0,0006	0,0009	0,0007	0,0005	0,0007	0,0008	0,0018	0,0007	0,0007	0,0007	0,0009	0,0004	0,0005	0,0007
TRV	0,0009	0,0014	0,0011	0,0011	0,0011	0,0011	0,0007	0,0026	0,0009	0,0008	0,0012	0,0008	0,0010	0,0008
UNH	0,0007	0,0009	0,0014	0,0006	0,0007	0,0014	0,0007	0,0009	0,0049	0,0006	0,0014	0,0002	0,0007	0,0006
UTX	0,0007	0,0017	0,0012	0,0012	0,0011	0,0012	0,0008	0,0013	0,0016	0,0006	0,0015	0,0003	0,0010	0,0006
VZ	0,0008	0,0007	0,0010	0,0010	0,0005	0,0009	0,0007	0,0008	0,0006	0,0025	0,0009	0,0006	0,0009	0,0025
WBA	0,0006	0,0015	0,0007	0,0009	0,0014	0,0010	0,0009	0,0012	0,0014	0,0009	0,0052	0,0003	0,0006	0,0009
WMT	0,0005	0,0006	0,0003	0,0004	0,0006	0,0004	0,0004	0,0008	0,0002	0,0006	0,0003	0,0023	0,0001	0,0006
XOM	0,0008	0,0009	0,0009	0,0008	0,0003	0,0009	0,0005	0,0010	0,0007	0,0009	0,0006	0,0001	0,0025	0,0009

Příloha č. 3: Korelační matice výnosů

	AAPL	AXP	BA	CAT	CSCO	CVX	DIS	DWDP	GS	HD	IBM	INTC	JNJ	JPM	KO
AAPL	1														
AXP	0,3658	1													
BA	0,2844	0,4750	1												
CAT	0,3192	0,5461	0,3958	1											
CSCO	0,3346	0,4521	0,4048	0,4656	1										
CVX	0,3119	0,2634	0,3755	0,5097	0,2873	1									
DIS	0,3433	0,5422	0,5343	0,5001	0,4544	0,3917	1								
DWDP	0,3605	0,7955	0,5010	0,5882	0,4639	0,2921	0,6178	1							
GS	0,3811	0,4337	0,3485	0,4740	0,4213	0,3411	0,4665	0,4651	1						
HD	0,2128	0,4279	0,3140	0,3950	0,4462	0,2297	0,4517	0,4165	0,2976	1					
IBM	0,3452	0,3392	0,2407	0,3800	0,4886	0,3281	0,4173	0,3636	0,4366	0,3375	1				
INTC	0,4349	0,3458	0,3314	0,4172	0,5170	0,2779	0,3650	0,3469	0,3453	0,3395	0,4351	1			
JNJ	0,1668	0,2771	0,3788	0,2556	0,2471	0,3049	0,3841	0,2778	0,2626	0,2119	0,3166	0,3445	1		
JPM	0,1737	0,5653	0,3889	0,4389	0,4134	0,2539	0,4812	0,5467	0,6339	0,4682	0,3801	0,2828	0,3342	1	
KO	0,2044	0,2475	0,3032	0,3285	0,2398	0,3285	0,4114	0,2558	0,2650	0,2130	0,2697	0,3205	0,5264	0,2792	1
MCD	0,3071	0,1879	0,2499	0,3154	0,1774	0,3799	0,3664	0,1581	0,2640	0,2019	0,2637	0,2794	0,4009	0,2530	0,4760
MMM	0,3205	0,5090	0,4775	0,5461	0,4533	0,4122	0,4996	0,5546	0,3417	0,4486	0,3515	0,4071	0,4442	0,4105	0,3899
MRK	0,1143	0,1348	0,3388	0,1631	0,1776	0,2020	0,2387	0,1527	0,1612	0,0438	0,1494	0,2053	0,3988	0,1571	0,3655
MSFT	0,3555	0,3707	0,2741	0,3618	0,4562	0,3404	0,3639	0,3749	0,4274	0,3011	0,2990	0,4734	0,3214	0,4010	0,3776
NKE	0,2658	0,3965	0,3313	0,3468	0,3916	0,1506	0,4761	0,4385	0,3213	0,3507	0,2368	0,3239	0,2463	0,3903	0,3177
PFE	0,0271	0,2538	0,4057	0,3389	0,2818	0,3127	0,3790	0,2621	0,2344	0,3102	0,1567	0,1943	0,4656	0,4562	0,3783
PG	0,2099	0,2705	0,2107	0,3079	0,2852	0,2281	0,3159	0,2783	0,1526	0,2087	0,1639	0,1889	0,4852	0,2627	0,4498
TRV	0,2782	0,3408	0,4120	0,4078	0,3139	0,3985	0,4341	0,3260	0,3871	0,3873	0,3207	0,4281	0,4281	0,4428	0,4437
UNH	0,2178	0,3246	0,3808	0,2698	0,2151	0,1779	0,3256	0,3321	0,1961	0,2585	0,2432	0,2132	0,3075	0,2789	0,0857
UTX	0,2990	0,5117	0,6140	0,6224	0,4859	0,4119	0,5592	0,5777	0,4844	0,3616	0,4057	0,4042	0,4627	0,5293	0,3127
VZ	0,1848	0,1562	0,2315	0,2918	0,1913	0,3767	0,2655	0,1427	0,1704	0,2348	0,1512	0,1991	0,3409	0,0852	0,3878
WBA	0,1827	0,3442	0,3689	0,3233	0,2875	0,2888	0,4683	0,3730	0,2911	0,3359	0,2893	0,2418	0,3575	0,2636	0,2682
WMT	0,0254	0,1078	0,1003	0,1301	0,1022	0,0230	0,1890	0,1059	0,1465	0,3198	0,1789	0,1892	0,3209	0,2005	0,2721
XOM	0,2702	0,1832	0,3052	0,4093	0,1814	0,7965	0,3141	0,2151	0,2695	0,1385	0,2643	0,2056	0,3139	0,1885	0,3271

	MCD	MMM	MRK	MSFT	NKE	PFE	PG	TRV	UNH	UTX	VZ	WBA	WMT	XOM
AAPL														
AXP														
BA														
CAT														
CSCO														
CVX														
DIS														
DWDP														
GS														
HD														
IBM														
INTC														
JNJ														
JPM														
KO														
MCD	1													
MMM	0,2204	1												
MRK	0,2505	0,1301	1											
MSFT	0,3407	0,2565	0,2975	1										
NKE	0,3246	0,3729	0,0448	0,3037	1									
PFE	0,3346	0,2968	0,4994	0,2529	0,2033	1								
PG	0,3553	0,3806	0,2614	0,1945	0,2894	0,3756	1							
TRV	0,4256	0,4986	0,3345	0,3360	0,3415	0,3887	0,3192	1						
UNH	0,2484	0,2365	0,3114	0,1426	0,1593	0,3863	0,2464	0,2626	1					
UTX	0,3136	0,5950	0,3361	0,3418	0,3279	0,4451	0,3450	0,4697	0,4342	1				
VZ	0,3459	0,2448	0,2885	0,3130	0,1572	0,3304	0,3172	0,3071	0,1839	0,2124	1			
WBA	0,1791	0,3930	0,1357	0,1817	0,3125	0,2738	0,2843	0,3147	0,2800	0,4028	0,2517	1		
WMT	0,2412	0,2115	0,1028	0,1399	0,2204	0,1602	0,1802	0,3353	0,0588	0,1115	0,2671	0,0950	1	
XOM	0,3614	0,3204	0,2689	0,2448	0,0868	0,3297	0,2372	0,4054	0,2058	0,3786	0,3519	0,1732	0,0366	1

Příloha č. 4: Postup výpočtu naivního portfolia

```
clear, clc;
%% Naivní portfolio strategie
data=readtable('kurzy.xlsx');
symbol=data.Properties.VariableNames(3:end)';
returns=data{62:end,3 : end}./data{61:end-1,3 : end}-1;
composition=zeros(size(returns));
t=1;
composition((t:end),:)=1/29; % váhy všech aktiv od času t do konce jsou rovny 1/29
%%
weights=repmat(1/29,29,1);
rp=returns*weights;
wealth=[cumprod(rp+1)];
%% Výkonnost naivního portfolia
Returns=wealth(2:end,:)./wealth(1:end-1,:)-1;
fianl_wealth=wealth(end,:);
Rp_mean=mean>Returns(1:end,1));
Rp_mean_annual=Rp_mean*12;
Rp_mean_annual1=nthroot(prod>Returns+1),12)-1;
Rp_std=std>Returns(1:end,:));
Rp_std_annual=Rp_std*12;
Rp_std_annual1=nthroot(prod(Rp_std+1),12)-1;
maxDD=perf_maxDD(wealth); %maximum drawdown
rf_rate=power(1.03159,1/12)-1; %měsíční výnos bezrizikového aktiva představující
10letý government bonds;
SR=perf_Sharpe>Returns,rf_rate); %Sharpe ratio
alfa=0.05;
VaR=VaR>Returns,alfa);
beta=0.05;
RR=perf_Rachev>Returns, rf_rate, alfa, beta);
```

Příloha č. 5: Postup výpočtu backtestingu Markowitzova modelu

```
clear; clc;

%% vstupní data
data=readtable('kurzy.xlsx');
symbol=data.Properties.VariableNames(3:end)';
returns=data{2:end,3 : end}./data{1:end-1,3 : end}-1;
eRs=mean(returns)';
covariance=cov(returns);
dates=data(:,1);

%%generování matice možných vah
weights= generate_weights(size(eRs,1),0.25,0);
%pro všechny vektory vah se počítá E(R) a směrodatná odchylka
for a=1:size(weights,1)
    eRp(a)=weights(a,:)*eRs;
    smodch(a)=sqrt(weights(a,:)*covariance*weights(a,:)');
end

%%vykreslení přípustné množiny
plot(smodch.*100,eRp.*100,'.', 'MarkerEdgeColor',[0.8 0.8 0.8]);
xlabel('směrodatná odhylnost portfolia (v %)');
ylabel('očekávaný výnos portfolia (v %)');

%%nalezení portfolia s minimálním rizikem
[ x, ERp_min, sd ]=portfolio_optimize( eRs, covariance, 0, 1, -1);
ERp_max=max(eRs);
% nalezení 99 inferiorních bodů
for j=1:1:101
    R_jg=ERp_min+(j-1)/100*(ERp_max-ERp_min);
    [x(:,j),ERp(j),sd(j)]=portfolio_optimize(eRs,...
    covariance,0,1,R_jg);
end
x(x<0.00001)=0;

%%vykreslení efektivní množiny
hold on;
plot(sd*100,ERp*100,'Color',[0 0 0],'LineWidth',2);

%%backtesting portfolia
composition=zeros(5,size(returns,1),size(returns,2));
wealth=zeros(size(returns,1),5);
for k=1:5
    [composition(k,:,:),wealth(k,:)] = portfolio_backtest(returns, 61, 60, 1, 0, 1, k-1);
    composition(composition<0.00001)=0;
```

```

    wealth(:,k)=cumprod(sum(squeeze(composition(k,:,:)).*returns,2)+1);
4;
end
Returns=wealth(2:end,:)./wealth(1:end-1,:)-1;
final_wealth=wealth(end,:);
Rp_mean=mean>Returns(60:end,:));
Rp_std=std>Returns(60:end,:));
%%Ukazatele výkonnosti
maxDD=perf_maxDD(wealth); %maximum drawdown
rf_rate=power(1.03159,1/12)-1; %měsíční výnos bezrizikového aktiva představující
10letý dluhopis;
SR=perf_Sharpe>Returns,rf_rate); %Sharpe ratio
alfa=0.05;
VaR=VaR>Returns,alfa);
beta=0.05;
RR=perf_Rachev>Returns, rf_rate, alfa, beta);

```

Příloha č. 6: Postup výpočtu backtestingu Markowitzovy strategie s minimálním rozptylem

```
clear, clc;
%% Markowitzův model s minimálním rozptylem

data=readtable('kurzy.xlsx');
symbol=data.Properties.VariableNames(3:end)';
returns=data{2:end,3 : end}./data{1:end-1,3 : end}-1;
composition=portfolio_backtest(returns,61,60,1,0,1,1000000);
composition(composition<0.00001)=0;
Rp=sum(composition.*returns,2);
wealth=cumprod(Rp+1);
Returns=wealth(2:end,:)./wealth(1:end-1,:)-1;
%% výkonnost portfolia s minimálním rozptylem
final_wealth=wealth(end,:); %konečná hodnota portfolia
Rp_mean=mean>Returns(60:end,:));
Rp_std=std>Returns(60:end,:));
annual_retuen=nthroot(wealth(end,:), (size(wealth,1)-1)/12)-1; %annual return
max_DD=perf_maxDD(wealth); %maximum drawdown
rf_rate=power(1.03159,1/12)-1; %měsíční výnos bezrizikového aktiva;
SR=perf_Sharpe>Returns,rf_rate); %Sharpe ratio
alfa=0.05;
VaR=VaR>Returns,alfa);
beta=0.05;
RR=perf_Rachev>Returns, rf_rate, alfa, beta);
```


Příloha č. 7: Postup výpočtu backtestingu Bayesovské strategie s malou hodnotou k

```
clear, clc;

%% Bayesovská strategie backtestingu portfolia a výpočet hodnoty portfolia
data=readtable('kurzy.xlsx');
returns=data{2:end,3 : end}./data{1:end-1,3 : end}-1;

%% Backtesting portfolia a výpočet hodnoty portfolia
composition_BS=zeros(5,size(returns,1),size(returns,2));
wealth=zeros(size(returns,1),5);

for k=1:5

    [composition_BS(k, :, :)] = portfolio_backtest_BS(returns, 61, 60, 1, 0, 1, k-1);
    composition_BS(composition_BS < 0.00001) = 0;
    wealth(:, k) = cumprod(sum(squeeze(composition_BS(k, :, :)) .* returns, 2) + 1);
end

Returns = wealth(2:end, :) ./ wealth(1:end-1, :) - 1;
final_wealth = wealth(end, :);
Rp_mean = mean>Returns(60:end, :));
Rp_std = std>Returns(60:end, :));

%% ukazatele výkonnosti
maxDD = perf_maxDD(wealth); %maximum drawdown
rf_rate = power(1.03159, 1/12) - 1; %měsíční výnos bezrizikového aktiva
SR = perf_Sharpe>Returns, rf_rate); %Sharpe ratio
alfa = 0.05;
VaR = VaR>Returns(60:end, :), alfa);
beta = 0.05;
RR = perf_Rachev>Returns(60:end, :), rf_rate, alfa, beta);
```

Příloha č. 8: Postup výpočtu backtestingu Bayesovské strategie s velkou hodnotou k

```
clear, clc;

%% Bayesovská strategie backtestingu portfolia a výpočet hodnoty portfolia
data=readtable('kurzy.xlsx');
returns=data{2:end,3 : end}./data{1:end-1,3 : end}-1;

%% Backtesting portfolia a výpočet hodnoty portfolia
composition_BS=zeros(6,size(returns,1),size(returns,2));
wealth=zeros(size(returns,1),6);

for k=1:6

    [composition_BS(k, :, :)] = portfolio_backtest_BS(returns, 61, 60, 1, 0, 1, 5.^k);
    composition_BS(composition_BS<0.00001)=0;
    wealth(:,k)=cumprod(sum(squeeze(composition_BS(k, :, :)).*returns,2)+1);
end

Returns=wealth(2:end, :)./wealth(1:end-1, :)-1;
final_wealth=wealth(end, :);
Rp_mean=mean>Returns(60:end, :));
Rp_std=std>Returns(60:end, :));

%% ukazatele výkonnosti
maxDD=perf_maxDD(wealth); %maximum drawdown
rf_rate=power(1.03159,1/12)-1; %měsíční výnos bezriziového aktiva
SR=perf_Sharpe>Returns,rf_rate); %Sharpe ratio
alfa=0.05;
VaR=VaR>Returns,alfa);
beta=0.05;
RR=perf_Rachev>Returns, rf_rate, alfa, beta);
```

Příloha č. 9: Postup výpočtu backtestingu CVaR modelu

```
clear; clc;

data=readtable('kurzy.xlsx');
symbol=data.Properties.VariableNames(3:end)';
returns=data{2:end,3 : end}./data{1:end-1,3 : end}-1;
eRs=mean(returns)';
covariance=cov(returns);
dates=data(:,1);
rf_rate=power(1.03159,1/12)-1; %měsíční výnos bezrizikovéhoaktiva
alfa=0.05;
k=0;

for t=61:181
    weights1(t,:)=poptimize_mcvarbkp(returns(t-60:t,:),k,alfa);
end
rp1=sum(returns(61:end,:).*weights1(61:end,:),2);
w1=[1 ;cumprod(1+rp1)];
mean1=mean(rp1);
std1=std(rp1);
max_DD1=perf_maxDD(w1);
SR1=perf_Sharpe(rp1,rf_rate); %Sharpe ratio
VaR1=VaR(rp1,alfa);
beta=0.05;
RR1=perf_Rachev(rp1, rf_rate, alfa, beta);
k=1;

for t=61:181
    weights2(t,:)=poptimize_mcvarbkp(returns(t-60:t,:),k,alfa);
end
rp2=sum(returns(61:end,:).*weights2(61:end,:),2);
w2=[1 ;cumprod(1+rp2)];
mean2=mean(rp2);
std2=std(rp2);
max_DD2=perf_maxDD(w2);
SR2=perf_Sharpe(rp2,rf_rate); %Sharpe ratio
VaR2=VaR(rp2,alfa);
beta=0.05;
RR2=perf_Rachev(rp2, rf_rate, alfa, beta);
k=2;

for t=61:181
    weights3(t,:)=poptimize_mcvarbkp(returns(t-60:t,:),k,alfa);
end
rp3=sum(returns(61:end,:).*weights3(61:end,:),2);
```

```

w3=[1 ;cumprod(1+rp2)];
mean3=mean(rp3);
std3=std(rp3);
max_DD3=perf_maxDD(w3);
SR3=perf_Sharpe(rp3,rf_rate); %Sharpe ratio
VaR3=VaR(rp3,alfa);
beta=0.05;
RR3=perf_Rachev(rp3, rf_rate, alfa, beta);
k=3;

for t=61:181
    weights4(t,:)=poptimize_mcvarbkp(returns(t-60:t,:),k,alfa);
end
rp4=sum(returns(61:end,:).*weights4(61:end,:),2);
w4=[1 ;cumprod(1+rp4)];
mean4=mean(rp4);
std4=std(rp4);
max_DD4=perf_maxDD(w4);
SR4=perf_Sharpe(rp4,rf_rate); %Sharpe ratio
VaR4=VaR(rp4,alfa);
beta=0.05;
RR4=perf_Rachev(rp4, rf_rate, alfa, beta);
k=4;

for t=61:181
    weights5(t,:)=poptimize_mcvarbkp(returns(t-60:t,:),k,alfa);
end
rp5=sum(returns(61:end,:).*weights5(61:end,:),2);
w5=[1 ;cumprod(1+rp5)];
mean5=mean(rp5);
std5=std(rp5);
max_DD5=perf_maxDD(w2);
SR5=perf_Sharpe(rp5,rf_rate); %Sharpe ratio
VaR5=VaR(rp5,alfa);
beta=0.05;
RR5=perf_Rachev(rp5, rf_rate, alfa, beta);

```

Příloha č. 10: Postup výpočtu strategie maximalizace Sharpeho poměru

```
clear, clc

%%

data=readtable('kurzy.xlsx');
symbol=data.Properties.VariableNames(3:end)';
date = data{1:end,1};
for a =2
Returns2= data{a+1:a+59,3 : end}./data{a:a+58,3 : end}-1;
Std2=std>Returns2);
Mean2= mean>Returns2);
end
for a =3
Returns3= data{a+1:a+59,3 : end}./data{a:a+58,3 : end}-1;
Std3=std>Returns3);
Mean3= mean>Returns3);
end
for a =4
Returns4= data{a+1:a+59,3 : end}./data{a:a+58,3 : end}-1;
Std4=std>Returns4);
Mean4= mean>Returns4);
end
for a =5
Returns5= data{a+1:a+59,3 : end}./data{a:a+58,3 : end}-1;
Std5=std>Returns5);
Mean5= mean>Returns5);
end

...

for a =123
Returns123= data{a+1:a+59,3 : end}./data{a:a+58,3 : end}-1;
Std123=std>Returns123);
Mean123= mean>Returns123);
End
%%
p = Portfolio('AssetList',symbol,'RiskFreeRate',0.003131);
p = estimateAssetMoments(p, Returns3);
p = setDefaultConstraints(p);
w2 = estimateMaxSharpeRatio(p);
ret2 = data{62,3 : end}./data{61,3 : end}-1;
wealth2 = ret2*w2 ;
p = Portfolio('AssetList',symbol,'RiskFreeRate',0.003253);
p = estimateAssetMoments(p, Returns4);
p = setDefaultConstraints(p);
w3 = estimateMaxSharpeRatio(p);
```

```

ret3 = data{63,3 : end}./data{62,3 : end}-1;
wealth3 = ret3*w3 ;
p = Portfolio('AssetList',symbol,'RiskFreeRate',0.002403);
p = estimateAssetMoments(p, Returns5);
p = setDefaultConstraints(p);
w4 = estimateMaxSharpeRatio(p);
ret4 = data{64,3 : end}./data{63,3 : end}-1;
wealth4 = ret4*w4 ;
p = Portfolio('AssetList',symbol,'RiskFreeRate',0.001831);
p = estimateAssetMoments(p, Returns6);
p = setDefaultConstraints(p);
w5 = estimateMaxSharpeRatio(p);
ret5 = data{65,3 : end}./data{61,3 : end}-1;
wealth5 = ret5*w5 ;

...

p = Portfolio('AssetList',symbol,'RiskFreeRate',0.002519);
p = estimateAssetMoments(p, Returns123);
p = setDefaultConstraints(p);
w122 = estimateMaxSharpeRatio(p);
ret122 = data{182,3 : end}./data{181,3 : end}-1;
wealth122 = ret122*w122 ;
wage=[w2; w3; w4; w5; w6; w7; w8; w9; w10; w11; w12; w13; w14; w15; w16; w17; w18;
w19; w20; w21;
w22;w23;w24;w25;w26;w27;w28;w29;w30;w31;w32;w33;w34;w35;w36;w37;w38;w39;w40;w41;w42
;w43;w44;w45;w46;w47;w48;w49;w50;w51;w52;w53;w54;w55;w56;w57;w58;w59;w60;w61;w62;w6
3;w64;w65;w66;w67;w68;w69;w70;w71;w72;w73;w74;w75;w76;w77;w78;w79;w80;w81;w82;w83;w
84;w85;w86;w87;w88;w89;w90;w91;w92;w93;w94;w95;w96;w97;w98;w99;w100;w101;w102;w103;
w104;w105;w106;w107;w108;w109;w110;w111;w112;w113;w114;w115;w116;w117;w118;w119;w12
0;w121;w122]';

rp =[wealth2; wealth3; wealth4; wealth5; wealth6; wealth7; wealth8; wealth9;
wealth10; wealth11; wealth12; wealth13; wealth14; wealth15; wealth16; wealth17;
wealth18;wealth19;wealth20;wealth21;wealth22;wealth23;wealth24;wealth25;wealth26;
wealth27;wealth28;wealth29;wealth30;wealth31;wealth32;wealth33;wealth34;wealth35;
wealth36;wealth37;wealth38;wealth39;wealth40;wealth41;wealth42;wealth43;wealth44;
wealth45;wealth46;wealth47;wealth48;wealth49;wealth50;wealth51;wealth52;wealth53;
wealth54;wealth55;wealth56;wealth57;wealth58;wealth59;wealth60;wealth61;wealth62;
wealth63;wealth64;wealth65;wealth66;wealth67;wealth68;wealth69;wealth70;wealth71;
wealth72;wealth73;wealth74;wealth75;wealth76;wealth77;wealth78;wealth79;wealth80;
wealth81;wealth82;wealth83;wealth84;wealth85;wealth86;wealth87;wealth88;wealth89;
wealth90;wealth91;wealth92;wealth93;wealth94;wealth95;wealth96;wealth97;wealth98;
wealth99;wealth100;wealth101;wealth102;wealth103;wealth104;wealth105;wealth106;
wealth107;wealth108;wealth109;wealth110;wealth111;wealth112;wealth113;wealth114;
wealth115;wealth116;wealth117;wealth118;wealth119;wealth120;wealth121;wealth122];

```

```
wealthtotal=[1 ;cumprod(1+rp)];  
MAXDD=perf_maxDD(wealthtotal);  
rf_rate=power(1.03159,1/12)-1;  
Returns=wealthtotal(2:end,:)./wealthtotal(1:end-1,:)-1;  
SR=perf_Sharpe>Returns,rf_rate);  
RetPMean=mean>Returns);  
StdPMean=std>Returns);  
alfa=0.05;  
beta=0.05;  
RR=perf_Rachev>Returns, rf_rate, alfa, beta);  
VaR=VaR>Returns, alfa);
```

Příloha č. 11: Postup výpočtu hodnot benchmarku DJIA

```
clear, clc;

%%
data=readtable('kurzy.xlsx');
ReturnDJIA=data{62:end,2}./data{61:end-1,2}-1;
mDJIA=mean(ReturnDJIA);
ameanDJIA=mDJIA*12;
sDDJIA=std(ReturnDJIA);
astDJIA=sDDJIA*sqrt(12);
rf_rate=power(1.03159,1/12)-1;
wealthDJIA=cumprod(1+ReturnDJIA);
Returns=wealthDJIA(2:end,:)./wealthDJIA(1:end-1,:)-1;
SR=perf_Sharpe(Returns,rf_rate);
maxDD=perf_maxDD(wealthDJIA);
alfa=0.05;
VaR=VaR(Returns,alfa);
beta=0.05;
RR=perf_Rachev(Returns, rf_rate, alfa, beta);
```


Příloha č. 12: Analýza backtestingu pro 2 - 4leté období

Backtesting pro 2 roky	k	Hodnota	SR	MDD	VaR	RR
Markowitzův model s malou hodnotou k	0	10,4344	0,2245	0,2684	0,0741	1,414
	1	4,5851	0,1582	0,2194	0,0713	1,2615
	2	3,9309	0,1477	0,2079	0,0574	1,2113
	3	4,0657	0,1615	0,2347	0,0516	1,113
	4	4,1952	0,1715	0,2448	0,0503	1,0611
Markowitzův model s minimálním rozptylem	1 mil.	2,8720	0,1261	0,2283	0,0428	0,9739
Bayesovská strategie s malou hodnotou k	0	10,4344	0,2245	0,2684	0,0741	1,414
	1	4,4880	0,156	0,2177	0,0701	1,2544
	2	3,9318	0,1485	0,2103	0,0574	1,2058
	3	4,0943	0,1633	0,2375	0,0508	1,1012
	4	4,2113	0,1727	0,2447	0,0506	1,0596
Bayesovská strategie s velkou hodnotou k	5	4,2730	0,1794	0,2407	0,0522	1,0534
	25	3,0083	0,1348	0,2461	0,0458	0,9718
	125	2,9112	0,1286	0,2306	0,0432	0,9593
	625	2,8776	0,1264	0,2282	0,0432	0,9698
	3 125	2,8720	0,1261	0,2283	0,0428	0,9731
	15 625	2,8720	0,1261	0,2283	0,0428	0,9738
CVaR model	0	5,7747	0,2190	0,2686	0,1061	0,8567
	1	2,8606	0,1743	0,2473	0,0671	0,8457
	2	2,5407	0,1514	0,2475	0,0666	0,9128
	3	2,2597	0,1262	0,2614	0,0671	0,9470
	4	2,4409	0,1443	0,2473	0,0665	0,9545
Backtesting pro 3 roky	k	Hodnota	SR	MDD	VaR	RR
Markowitzův model	0	8,5034	0,2011	0,2948	0,0679	1,1796
	1	8,1806	0,2276	0,2647	0,0632	1,4616
	2	8,1611	0,2461	0,1990	0,0532	1,5454
	3	7,9984	0,2545	0,1964	0,0448	1,6166
	4	7,1195	0,2518	0,2144	0,0449	1,4821
Markowitzův model s minimálním rozptylem	1 mil.	2,5914	0,1095	0,2364	0,0435	0,9495
Bayesovská strategie s malou hodnotou k	0	8,5066	0,2011	0,2948	0,0679	1,4796
	1	8,6684	0,2420	0,2125	0,0568	1,5358
	2	8,4841	0,2589	0,1862	0,0463	1,6305
	3	7,7297	0,2593	0,2055	0,0442	1,5747
	4	6,6878	0,2528	0,2205	0,0428	1,4239
Bayesovská strategie s velkou hodnotou k	5	5,9702	0,2458	0,2197	0,0404	1,3332
	25	2,8739	0,1318	0,2459	0,0378	0,9394
	125	2,6170	0,1116	0,2377	0,0421	0,9407
	625	2,5988	0,1101	0,2365	0,0432	0,9476
	3 125	2,5927	0,1096	0,2364	0,0435	0,9491
	15 625	2,5916	0,1095	0,2364	0,0435	0,9494

CVaR model	0	12,5182	0,3079	0,3691	0,0902	1,5009
	1	3,5569	0,2276	0,2746	0,0657	0,9198
	2	3,6001	0,2253	0,2446	0,0743	0,9003
	3	3,9144	0,2491	0,2558	0,0569	0,9204
	4	3,8522	0,2426	0,2746	0,0637	0,9517
Backtesting pro 4 roky	k	Hodnota	SR	MDD	VaR	RR
Markowitzův model	0	10,9064	0,2202	0,3276	0,0679	1,5028
	1	8,1349	0,2326	0,3166	0,0508	1,2335
	2	5,5725	0,2048	0,3068	0,0488	1,008
	3	5,2179	0,2043	0,2704	0,0536	1,0036
	4	5,0739	0,2109	0,2523	0,0534	0,9909
Markowitzův model s minimálním rozptylem	1 mil.	2,5936	0,111	0,2668	0,0382	0,8411
Bayesovská strategie s malou hodnotou k	0	10,9064	0,2202	0,3276	0,0679	1,5028
	1	5,8854	0,2088	0,9032	0,0401	1,0459
	2	5,1054	0,2055	0,2571	0,0539	0,9983
	3	4,8809	0,2124	0,2500	0,0534	0,9845
	4	4,5263	0,2075	0,2439	0,0481	0,983
Bayesovská strategie s velkou hodnotou k	5	4,2407	0,2004	0,2463	0,0432	0,9877
	25	2,8670	0,1311	0,2731	0,0398	0,8984
	125	2,6254	0,1134	0,2689	0,0383	0,8409
	625	2,6015	0,1116	0,2671	0,0382	0,8402
	3 125	2,5954	0,1111	0,2668	0,0382	0,8409
	15 625	2,5940	0,1110	0,2668	0,0382	0,8411
CVaR model	0	13,2544	0,3149	0,3166	0,0881	1,4819
	1	4,1944	0,2759	0,2323	0,0608	0,8545
	2	3,5394	0,2344	0,2428	0,0639	0,8721
	3	3,6247	0,239	0,2181	0,0633	0,9117
	4	3,5551	0,2315	0,2323	0,0609	0,9042